

# Cálculo de fundaciones para líneas de transmisión de energía eléctrica con el método de Sulzberger

por el Ing. Tadeo Maciejewski, AMIEE

Sociedad de Estudios y Proyectos de Electrificación (SEPE)

Entre varios métodos de cálculo de fundaciones, el método de Sulzberger se conoce por su creciente popularidad en los últimos años, particularmente en Austria y Suiza. En la Argentina se lo usa también desde hace varios años para líneas hasta 66 kV y los resultados obtenidos en las regiones con fuertes vientos justifican esta opinión (p.e. la línea de 66 kV entre Comodoro Rivadavia y Cañadón Seco, construída en el año 1953).

El método se basa sobre un principio verificado experimentalmente, que para las inclinaciones limitadas tales que  $tg \alpha < 0,01$ , el terreno se comporta de manera elástica. En consecuencia se obtiene reacción de las paredes verticales de excavación y normales a la fuerza actuante sobre el poste; hecho que no figura en el antiguo principio de Mohr, donde se acepta que la reacción de las paredes está limitada solamente a la fricción que aparecería durante un saqueo vertical del bloque de fundación.

En el método de Sulzberger se acepta que la profundidad de "entrada" del bloque dentro del terreno depende de la "resistencia específica del terreno" contra la presión externa en el lugar considerado. La mencionada resistencia específica se puede llamar "presión admisible del suelo" y se mide en  $kg/cm^2$ . Esta presión es igual a la profundidad de "entrada" multiplicada por "el índice de compresibilidad"  $C$ . Así tenemos

$$\sigma = \lambda \cdot C \quad (Kg/cm^2) \quad (1)$$

Como se nota, la unidad de  $C$  es de  $kg/cm^3$ .

Económicamente el método se adapta particularmente bien para fundaciones profundas en forma de bloque de hormigón.

Por no disponer el autor de los datos del país, se permite presentar los datos austríacos que pueden ser usados sin mayores errores en condiciones imperantes en la Argentina. La planilla N° 1 contiene valores de  $C$  en la profundidad de 2 m.

Para el fondo de excavación se acepta el valor de  $C$  (llamado  $C_b$ ) igual hasta 1,2  $C$ .

Siguiendo el principio mencionado se puede decir que la resistencia que se opone a la inclinación de la fundación se origina en dos efectos principales:

- 1) Encastramiento de la fundación en el terreno como también fricción entre hormigón y tierra, a lo largo de las paredes verticales, normales a la fuerza actuante.
- 2) Reacción del fondo de la excavación provocada por las cargas verticales.

Las fuerzas mencionadas en el punto 1, se evidencian en el momento " $M_s$ ", llamado momento de encastramiento y las del punto 2, en el momento del fondo " $M_b$ ". En caso de fundaciones de poca profundidad y dimensiones transversales relativamente grandes existe la relación:

$$\frac{M_s}{M_b} < 1$$

En este caso para obtener una suficiente estabilidad de la fundación es necesario multiplicar el valor del momento actuante por el coeficiente " $s$ " ( $1 \leq s \leq 1,5$ ); este coeficiente depende del co-

eficiente  $\frac{M_s}{M_b}$  y se puede tomar de la planilla

N° 2 (interpolando). La ecuación de dimensionamiento de la fundación entonces será la siguiente:

$$M_s + M_b \geq sM \quad (2)$$

El método es de carácter general y se puede aplicar a las fundaciones de cualquier forma, las fórmulas que se van a desarrollar más abajo, corresponden al bloque de hormigón de la conformación usada más frecuentemente en la práctica, es decir, de paralelepípedo rectangular.

PLANILLA N° 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Categoría	Naturaleza del terreno	Peso específico $\gamma$ kg/m <sup>3</sup>	Presión admisible $\sigma$ kg/cm <sup>2</sup>	Índice (1) de compresibilidad C kg/cm <sup>3</sup>	Ángulo (2) de la tierra gravante $\beta^\circ$		Ángulo de la fricción interna $\delta^\circ$	Coeficiente de la fricción entre terreno y hormigón $\mu$	
					vegetable	movido		liso	esca-broso
A	Laguna, aguazal, terreno pantanoso	650	hasta 0,5	0,5 ... 1,0	5°	3°	—	0,05	0,1
B	Terrenos muy blandos	1700	hasta 0,8	1 ... 2	5°	3°	20°	0,2	0,2
	Arena fina húmeda						30°	0,3	0,5
	Arcilla blanda						25°	0,3	0,4
C	Arcilla medio dura seca	1700	hasta 1,8	5 ... 8	8°	6°	25°	0,4	0,5
	Arcilla fina seca			6 ... 9			30°	0,6	0,7
D	Arcilla rígida	1700	hasta 3,0	10	12°	10°	25°	0,4	0,5
	Arena gruesa y pedregullo			11 ... 13			35°	0,4	0,5
E	Arcilla gruesa dura	1700	hasta 4,0	13 ... 16	15°	12°	37°	0,4	0,5
F	Rígido pedregullo y cantorodado		hasta 5,0		20°	20°	40°	0,4	0,5

Para la roca  $\gamma = 2400$  kg/m<sup>3</sup> y la presión admisible para roca debilitada por efectos geológicos se acepta igual a 10 kg/cm<sup>2</sup>; para rocas sanas - hasta 23 kg/cm<sup>2</sup>.

- (1) El índice de compresibilidad se refiere a la profundidad de 2 m; para el fondo de excavación "Cb" se puede aumentar hasta 1,2 C para las paredes.  
 (2) Para las categorías "B" hasta "F" y terrenos con buena cohesión se puede aumentar  $\beta$  por 5°.

La fundación tipo "bloque de hormigón"

En un principio, cuando la fuerza actuante sobre un poste, no es grande y la fricción en el fondo de excavación actúa en su valor total, el eje de giro del bloque se encuentra en la profundidad "t", es decir está ubicado en la base del bloque (Fig. 1). Una inclinación con ángulo  $\alpha$  corresponde a un movimiento transversal de la superficie "bdy", igual a  $y \cdot tg \alpha$ , donde "b" es la dimensión del bloque normal a la fuerza F, mientras que "y" es la distancia de la superficie mencionada desde el eje. Siendo  $C_y$  el índice de compresibilidad del terreno en la profundidad considerada, la presión unitaria será igual a  $\sigma_y = C_y \cdot y \cdot tg \alpha$  (comparar con la fórmula (1)) y la fuerza de reacción de la pared de excavación sobre este infinitésimo rectángulo será igual a

$$C_y \cdot y \cdot tg \alpha \cdot bdy \quad (Kg) \quad (3)$$

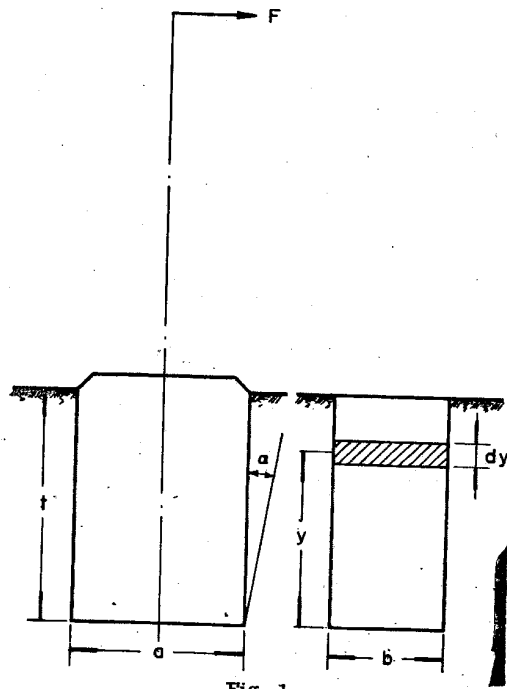


Fig. 1

El momento respecto al eje de giro (todavía en la base de fundación) será igual a:

$$dM_s = C_y \cdot b dy \cdot y^2 \operatorname{tg} \alpha \quad (4)$$

Se puede notar que la expresión " $C_y b dy \cdot y^2$ ", representa el momento de inercia de la "superficie de carga"  $C_y b dy$  — con respecto al eje de giro.

Entonces se puede escribir

$$dM_s = dI \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (5)$$

El índice " $C$ " es una función lineal de la profundidad, por lo que puede decirse que la superficie total de carga tiene la forma del triángulo isósceles con la base igual a " $C_t b$ " y una altura de " $t$ " (fig. 2).

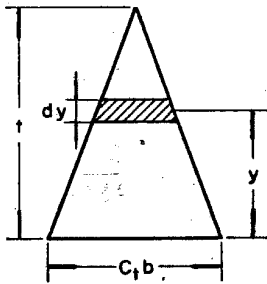


Fig. 2

Designando el valor de " $C$ " en la profundidad " $t$ " por " $C_t$ " se puede escribir

$$C_y = C_t \left(1 - \frac{y}{t}\right) \quad (6)$$

entonces  $dI = C_t b \left(1 - \frac{y}{t}\right) \cdot y^2 dy$ , de donde se obtiene

$$I = \int_0^t C_t b \left(1 - \frac{y}{t}\right) y^2 dy = \frac{C_t b t^3}{12} \quad (7)$$

y el momento de encastramiento

$$M_s = \frac{bt^3}{12} C_t \operatorname{tg} \alpha \quad (8)$$

Para conocer el ángulo " $\alpha$ " que corresponde al momento, cuando el eje empieza a levantarse de su posición en el fondo de excavación se puede proceder en la forma siguiente:

La presión unitaria en la profundidad " $t-y$ " es igual a  $\sigma_y = \lambda_y \cdot C_y$ , pero  $\lambda_y = y \operatorname{tg} \alpha$ ;

$$C_y = C_t \left(1 - \frac{y}{t}\right), \text{ entonces}$$

$$\sigma_y = C_t \left(1 - \frac{y}{t}\right) y \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (9)$$

es decir " $\sigma_y$ " representa una función parabólica simétrica en relación a la recta  $y = \frac{t}{2}$  (Fig. 3).

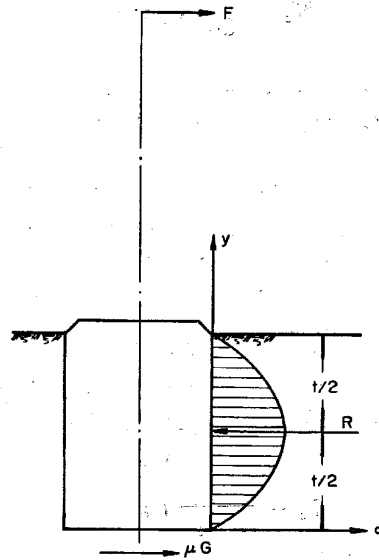


Fig. 3

Designando con " $R$ " la resultante de las fuerzas de resistencia de la pared considerada, se puede escribir

$$M_s = R \cdot \frac{t}{2}$$

En el momento en que la fricción está sobrepasada será  $\mu G = R$  donde " $G$ " es resultante de las cargas verticales, y " $\mu$ " es el coeficiente de fricción estática entre tierra y hormigón al fondo de excavación. En este momento el eje de giro empieza a levantarse y el ángulo que corresponde a este momento se puede calcular de la ecuación siguiente:

$$\mu G \cdot \frac{t}{2} = \frac{bt^3}{12} C_t \operatorname{tg} \alpha ;$$

de donde

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6 \mu G}{b C_t t^2} \quad (10)$$

Con el aumento del ángulo  $\alpha$  disminuye la fricción hasta su desaparición. Despreciando entonces

la fricción al fondo, se obtiene una situación tal, que el eje de giro se encuentra en el centro de gravedad de la superficie de carga, es decir, en

la profundidad  $= \frac{2}{3} t$ . Como se sabe, el mo-

mento de inercia del triángulo con respecto al eje que pasa por su baricentro es igual a

$$I = \frac{b t^3}{36} C_t \quad (11)$$

entonces

$$M_s = \frac{b t^3}{36} C_t \operatorname{tg} \alpha \quad (12)$$

Los resultados de los ensayos demuestran que el paso del período primero (cuando el momento de encastramiento se puede calcular de la fórmula (8) y el ángulo no sobrepasa al valor de la fórmula (10)) al período segundo (cuando  $M_s$ , se calcula de la fórmula (12)) ocurre en forma progresiva, y no bruscamente.

Pasando ahora al momento del fondo " $M_b$ ", se puede considerar lo siguiente:

Las cargas verticales hacen que el bloque entre en el terreno hasta una profundidad

$$\lambda_o = \frac{G}{abC_b} \text{ (cm)} \quad \text{donde}$$

$G$  = resultante de las cargas verticales (kg)  $a, b$  — dimensiones de la base rectangular (cm)  $C_b$  = índice de compresibilidad en el fondo (kg/cm<sup>3</sup>). Bajo la acción de la fuerza en la cima del poste, el bloque de fundación se inclina de un ángulo " $\alpha$ ", bajándose del lado de la fuerza y levantándose al lado opuesto (Fig. 4)

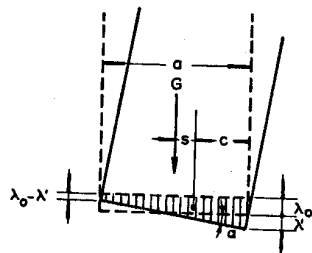


Fig. 4

La resultante de las fuerzas de reacción del fondo es igual a  $G$ . Es decir el volumen del prisma de las tensiones es igual a  $G$ . Con aumento del ángulo " $\alpha$ " se acorta el prisma. El eje de giro del bloque tiene que encontrarse por arriba del centro de gravedad del prisma. Para condiciones de equilibrio,

cuando la base del bloque toca el fondo de excavación en su superficie total, se puede escribir lo siguiente:

$$M_b = G \cdot s; \quad s = \frac{a}{2} - c; \quad c =$$

$$= \frac{a}{3} \frac{(\lambda_o + \lambda') + 2(\lambda_o - \lambda')}{\lambda_o + \lambda' + \lambda_o - \lambda'} = a \left( 0,5 - \frac{\lambda'}{6 \lambda_o} \right)$$

$$\lambda' = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \alpha; \quad \lambda_o = \frac{G}{abC_b}; \quad c = a \left( 0,5 - \frac{a^2 b C_b \operatorname{tg} \alpha}{12 G} \right);$$

$$s = \frac{a}{2} - a \left( \frac{0,5 - a^2 b C_b \operatorname{tg} \alpha}{12 G} \right) = \frac{a^3 b C_b}{12 G} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$\therefore M_b = \frac{ba^3}{12} C_b \operatorname{tg} \alpha \quad (13)$$

La posición extrema se caracteriza por un ángulo " $\alpha$ " calculado en la forma siguiente:

$$a \operatorname{tg} \alpha = 2 \lambda_o; \quad \lambda_o = \frac{G}{abC_b}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 G}{a^2 b C_b} \quad (14)$$

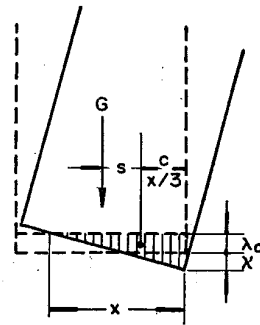


Fig. 5

En condiciones en que la base se levanta más todavía, no tocando el fondo por una parte de su superficie (Fig. 5), el momento del fondo se puede calcular del modo siguiente:

$$M_b = G \cdot s = G \left( \frac{a}{2} - \frac{x}{3} \right)$$

El volumen del prisma de tensiones es igual a

$$G = b \frac{x}{2} \cdot \sigma, \quad \text{donde } \sigma \text{ es la tensión máxima}$$

del terreno al fondo de excavación.

Pero

$$\sigma = C_b (\lambda_o + \lambda') = C_b \cdot x \operatorname{tg} \alpha;$$

entonces

$$G = b \frac{x}{2} C_b x \operatorname{tg} \alpha = x^2 \cdot \frac{b C_b}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

de donde se obtiene

$$x = \sqrt{\frac{2G}{b C_b \operatorname{tg} \alpha}};$$

sustituyendo el valor obtenido en la ecuación para  $M_b$ , se obtiene finalmente

$$M_b = G \left( \frac{a}{2} - 0,47 \sqrt{\frac{G}{b C_b \operatorname{tg} \alpha}} \right) \quad (15)$$

### La fundación con zapata

Las fundaciones con zapata se pueden solucionar en forma más simple por métodos gráficos; el método analítico, además de su exactitud tiene ventajas por el aprovechamiento de diagramas que facilitan las soluciones de manera apreciable.

Las figuras (6) y (7) representan la fundación con zapata y la superficie de carga, respectivamente. Los símbolos usados en esta figura designan lo siguiente:

$C_t$  = índice de compresibilidad en la profundidad "t" para tierra firme, no movida.

$C_{t_1}$  = índice de compresibilidad en la profundidad  $t_1$  para tierra movida.

C.g. = centro de gravedad de la superficie de carga. Los otros símbolos se aclaran en las figuras mismas.

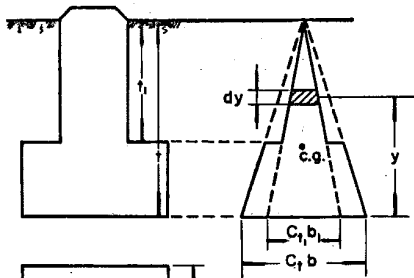


Fig. 7

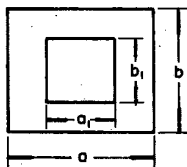


Fig. 6

Primeramente se considera estado cuando el eje de giro se encuentra todavía en el fondo de excavación. El momento de inercia de la superficie de carga se compone de dos partes: para tierra firme y tierra movida. Considerando la superficie de carga

infinitésimo  $b_1 \cdot C_{t_1} \frac{t-y}{t} \cdot dy$ , su momento

de inercia en relación a la base de la fundación, será igual a

$$dI_m = b_1 C_{t_1} \frac{t-y}{t} y^2 dy \quad (16)$$

El momento de inercia total de esta parte será igual a

$$\begin{aligned} I_m &= \int_{t-t_1}^t b_1 C_{t_1} \left(1 - \frac{y}{t}\right) y^2 dy = \\ &= b_1 C_{t_1} \left[ \int_{t-t_1}^t y^2 dy - \frac{1}{t} \int_{t-t_1}^t y^3 dy \right] = \\ &= b_1 C_{t_1} \left[ \frac{1}{3} (3 t^2 t_1 - 3 t t_1^2 + t_1^3) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4t} (4 t^3 t_1 - 6 t^2 t_1^2 + 4 t t_1^3 - t_1^4) \right] = \\ &= \frac{b_1 C_{t_1}}{12 t} (6 t^2 t_1^2 - 8 t t_1^3 + 3 t_1^4); \end{aligned}$$

Para tierra firme se obtiene

$$dI_f = b C_t - \frac{t-y}{t} y^2 dy$$

$$I_f = \int_0^{t-t_1} b C_t \left(1 - \frac{y}{t}\right) y^2 dy = b C_t$$

$$\left[ \int_0^{t-t_1} y^2 dy - \frac{1}{t} \int_0^{t-t_1} y^3 dy \right];$$

$$I_f = b C_t \left[ \frac{1}{3} (t - t_1)^3 - \frac{1}{4t} (t - t_1)^4 \right] =$$

$$= \frac{b C_t}{12 t} (t^4 - 6 t^2 t_1^2 + 8 t t_1^3 - 3 t_1^4);$$

El momento de inercia total (respecto a la base de la fundación)

$$I = I_m + I_f = \frac{b_1 C_{t_1}}{12 t} (6 t^2 t_1^2 - 8 t t_1^3 + 3 t_1^4) +$$

$$+ \frac{b C_t}{12} (t^4 - 6 t^2 t_1^2 + 8 t t_1^3 - 3 t_1^4);$$

Introduciendo

$$\tau = \frac{t_1}{t}; f(\tau) = 3\tau^4 - 8\tau^3 + 6\tau^2;$$

$$\epsilon = 1 - \frac{C_{t_1} b_1}{C_t b}$$

se obtiene

$$I = \frac{C_t b t^3}{12} [1 - \varepsilon \cdot f(\tau)] \quad (17)$$

y el momento de encastramiento en este caso:

$$M_s = \frac{C_t b t^3}{12} [1 - \varepsilon f(\tau)] \cdot \text{tg } \alpha \quad (18)$$

Despreciando la reacción de tierra movida que se encuentra por arriba del zapato se puede obtener en forma aproximada que la fuerza  $R = \mu G$  actúe

en una altura de  $\frac{t - t_1}{2}$  por arriba del fondo de excavación; entonces se podría escribir  $M_s = \mu G \cdot$

$\frac{t - t_1}{2}$ ; y el ángulo que correspondería al mo-

mento cuando el eje de giro empieza a levantarse se podría obtener de la expresión

$$\text{tg } \alpha = \frac{6 \mu G}{C_t b t^2} \cdot \frac{1 - \tau}{1 - \varepsilon \cdot f(\tau)} \quad (19)$$

En realidad, el ángulo será poco mayor — no sobrepasando prácticamente al valor doble del obtenido de la fórmula (19), en los casos extremos.

Considerando finalmente el estado en que el eje de giro de la fundación pasa por un centro de gravedad de la superficie de carga (Fig. 7), el momento de inercia de esta superficie con respecto al eje de giro es igual, como se sabe, a

$$I = I_b - A \cdot x^2 \quad (20)$$

donde

$I_b$  = momento de inercia con respecto a la base de la superficie.

$A$  = superficie de carga.

$x$  = distancia entre baricentro y base.

Como se puede averiguar

$$x = \frac{t}{3} \frac{1 - \varepsilon t^2 (3 - 2\tau)}{1 - \varepsilon \tau^2} = \frac{t}{3} \varphi(\tau) \quad (21)$$

$$A = \frac{C_t b t}{2} (1 - \varepsilon \tau^2) \quad (22)$$

Para  $I_b$  sirve la fórmula (17)

Sustituyendo en la fórmula (20), y además introduciendo

$$x = \frac{1 + 16 \varepsilon \tau^3 + \varepsilon^2 \tau^6 - 9 \varepsilon (\tau^2 + \tau^4)}{1 - \varepsilon \tau^2}$$

se obtiene

$$I = \frac{C_t b t^3}{36} \cdot x \quad (23)$$

y el momento de encastramiento

$$M_s = \frac{C_t b t^3}{36} \cdot x \text{tg } \alpha \quad (24)$$

Los valores de la función "x" se pueden tomar del diagrama adjunto. En el mismo dibujo las curvas interrumpidas presentan los valores de

$$\varphi(\tau) = \frac{1 - \varepsilon \tau^2 (3 - 2\tau)}{1 - \varepsilon \tau^2};$$

#### Procedimiento para dimensionar la fundación sin zapata

Datos: Peso del poste  $G_p$ ; momento flector  $M$ ; índices de compresibilidad  $C_{t2}$  y  $C_{b2}$  (en la profundidad de 2 m); valor admisible de  $\text{tg } \alpha = 0,01$ .

Las dimensiones  $a, b$ , se fijan según dimensiones del poste. Después se fija en primera aproximación el valor de "t". Se calcula luego el peso de hormigón (también peso de tierra gravante) y el peso total  $G$ .

Se determina el momento flector  $M$  para la profundidad de  $\frac{2}{3} t$ .

El momento de fondo en primera aproximación se supone igual a

$$M_b = (0,34 \div 0,44) G \cdot a.$$

El momento de encastramiento entonces será

$$M_s = M - M_b$$

Se calcula  $C_t$  a la profundidad "t":

$$C_t = \frac{t}{2} C_{t2}$$

La profundidad necesaria se calculará según la fórmula

$$M_s = \frac{b t^3}{36} C_t \cdot 0,01$$

es decir

$$t = 15,34 \sqrt{\frac{M_s}{b C_t}}$$

PLANILLA N° 2

$M_s/M_b$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
s	1,500	1,383	1,317	1,260	1,208	1,150	1,115	1,075	1,040	1,017	1,000

Comparando el valor obtenido de "t" con el aceptado en principio se puede corregirlo y averiguar el valor de tg  $\alpha$ , para nuevos valores de "G" y "t" si:

$$tg \alpha_1 = \frac{6 \mu G}{b t^2 C_t} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0,01$$

En el caso en que  $tg \alpha_1 > 0,01$  calcular  $M_s$  de la fórmula (8)

En el caso en que  $tg \alpha_1 < 0,01$  calcular  $M_s$  de la fórmula (12)

Averiguar si el valor de

$$tg \alpha_2 = \frac{2 G}{a^2 b C_b} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0,01$$

y calcular en forma análoga  $M_b$

de la fórmula (13) (cuando  $tg \alpha_2 > 0,01$ )

de la fórmula (15) (cuando  $tg \alpha_2 < 0,01$ )

Si se obtiene  $\frac{M_s}{M_b} < 1$  entonces tomar "s" de

la planilla N° 2 y averiguar

$$M_s + M_b \geq s M$$

Se entiende que el momento flector  $M$  se calcula

para la profundidad " $\frac{2}{3} t$ " cuando el momento

$M_s$  se calculó según la fórmula (12) y para la profundidad "t" cuando  $M_s$  se calculó según la fórmula (8).

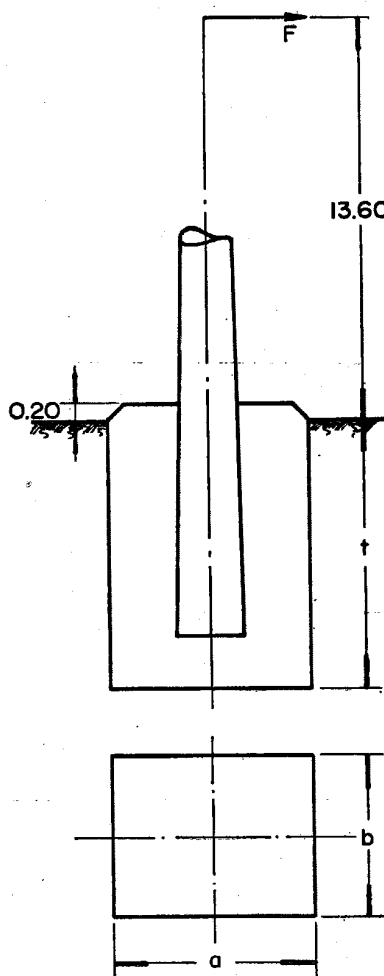
La planilla N° 3 presenta las fórmulas obtenidas.

*Ejemplo 1.* — Fundación de bloque de hormigón. Terreno: arcilla semidura  $C_t = C_b = 6 \text{ kg/cm}^2$  (valor en la profundidad de 2 m), ángulo de tierra gravante  $\beta = 8^\circ$ . Poste de hormigón armado. Fuerza de la cima del poste = 500 kg a la altura de 13,6 m sobre suelo. Longitud de la parte del poste en la fundación =  $140 + 20 = 160 \text{ cm}$ , el diámetro medio de esta parte = 47 cm. Peso del poste con crucetas, conductores, accesorios  $G_p = 2500 \text{ kg}$ .

Aceptando  $b = 47 + 2 \cdot 15 \cong 80 \text{ cm}$ ;  $a = 100 \text{ cm}$ ; y suponiendo que en primera aproximación  $t = 160 \text{ cm}$ , se obtiene lo siguiente:

Peso de la fundación ( $\gamma_h = 2000 \text{ kg/m}^3$ )

$$G_f = \left[ 1 \times 0,8 \times (1,6 + 0,2) - \frac{\pi \cdot (0,47)^2}{4} \times 1,6 \right] \times 2000 = 2320 \text{ kg.}$$



Ejemplo 1

Peso de tierra en un ángulo  $\beta$ :

$$G_t = \left\{ \frac{t}{3} \left[ ab + (a + 2t \cdot tg \beta)(b + 2t \cdot tg \beta) + \sqrt{ab(a + 2t \cdot tg \beta)(b + 2t \cdot tg \beta)} \right] - tab \right\} \gamma_t ;$$

PLANILLA N° 3

	Momento de encastramiento		Momento de fondo	
	$tg \alpha_1$	$M_s$	$tg \alpha_2$	$M_b$
	$\frac{6 \mu G}{b t^2 C_t} \geq 0,01$	$\frac{b t^3}{12} C_t tg \alpha$	$\frac{2 G}{a^2 b C_b} \geq 0,01$	$\frac{b a^3}{12} C_b tg \alpha$
	$\frac{6 \mu G}{b t^2 C_t} \leq 0,01$	$\frac{b t^3}{36} C_t tg \alpha$	$\frac{2 G}{a^2 b C_b} \leq 0,01$	$G \left( \frac{a}{2} - 0,47 \sqrt{\frac{G}{b C_b tg \alpha}} \right)$
	$\frac{6 \mu G}{b t^2 C_t} k^x \geq 0,01$	$\frac{b t^3}{12} C_t [1 - \epsilon \cdot f(\tau)] tg \alpha$	$\frac{2 G}{a^2 b C_b} \geq 0,01$	$\frac{b a^3}{12} C_b tg \alpha$
	$\frac{6 \mu G}{b t^2 C_t} k^x \leq 0,01$	$\frac{b t^3}{36} C_t k^{xx} tg \alpha$	$\frac{2 G}{a^2 b C_b} \leq 0,01$	$G \left( \frac{a}{2} - 0,47 \sqrt{\frac{G}{b C_b tg \alpha}} \right)$
$k^x = \frac{1 - \tau}{1 - \epsilon f(\tau)}$		$k^{xx} = \frac{1 + 16 \epsilon \tau^3 + \epsilon^2 \tau^6 - 9 \epsilon (\tau^2 + \tau^4)}{1 - \epsilon \tau^2}$		$f^{xxx}(\tau) = 3 \tau^4 - 8 \tau^3 + 6 \tau^2$
		<i>gráfico -</i>		$f(\tau) =$
		donde: $\tau = \frac{t_1}{t}$ ; $\epsilon = 1 - \frac{C_t b_t}{C b}$		

Para arcilla semidura  $\gamma_t = 1700 \text{ kg/m}^3$ ;  
 $tg \beta = tg 8 = 0,1405$ ;  $ab = 0,8 \text{ m}^2$ ,  $2 t. tg 8 =$   
 $= 0,45$ ,

$$G_t = \left[ \frac{1,6}{3} (0,8 + 1,45 \times 1,25 + \sqrt{0,8 \times 1,45 \times 1,25}) - 1,6 \times 0,8 \right] \times 1700 \cong 1380 \text{ kg.}$$

Peso total  $G = 2500 + 2320 + 1380 = 6200 \text{ kg.}$

Momento flector en la profundidad de  $\frac{2}{3} t$ :

$$M = 500 \cdot (1360 + \frac{2}{3} \cdot 160) = 734000 \text{ kg cm.}$$

$M_b$  en primera aproximación  $= 0,4 G \cdot a$ ;  $M_b =$   
 $= 0,4 \cdot 6200 \cdot 100 = 248.000 \text{ kg cm.}$

$$M_s = 734.000 - 248.000 = 486.000 \text{ kg cm.}$$

$$C_t = C_b = G \times \frac{1,6}{2} = 4,8 \text{ kg/cm}^3 ; t = 15,34 \sqrt[3]{\frac{M_s}{b C_t}} =$$

$$= 15,34 \times \sqrt[3]{\frac{486.000}{80 \times 4,8}} ; t \cong 15,34 \times 10,8 = 166 \text{ cm.}$$



Aumentando entonces "t" hasta 170 cm, se obtiene:

$$G_f = \left[ 1 \times 0,8 (1,7 + 0,2) - \frac{\pi (0,47)^2}{4} \times 1,6 \right] \times 2000 = 2480 \text{ kg.}$$

$$2t \cdot tg \beta = 0,478; G_i = \left[ \frac{1,7}{3} (0,8 + 1,888 + \sqrt{1,51}) - 1,7 \times 0,8 \right] 1700 = 1462 \text{ kg.}$$

Peso total  $G = 2500 + 2480 + 1462 = 6442 \text{ kg.}$

Verificando "α" para  $t = 1,7 \text{ m}$   $\mu = 0,5$  (planilla N° 1)

$$C_i = C_b = 6 \times \frac{1,7}{2} = 5,1 \text{ kg/cm}^3; \frac{6 \mu G}{b^2 C_i} = \frac{6 \times 0,5 \times 6442}{80 (170)^2 5,1} = 0,00164 < 0,01$$

Entonces

$$M_s = \frac{b t^3}{36} C_i tg \alpha = \frac{80 (170)^3}{36} \times 5,1 \times 0,01 = 557000 \text{ kg cm.}$$

Mientras que

$$\frac{2G}{a^2 b C_b} = \frac{2 \times 6442}{10000 \times 80 \times 5,1} = 0,00315 < 0,01$$

Entonces

$$M_b = G \left( \frac{a}{2} - 0,47 \sqrt{\frac{G}{b C_b tg \alpha}} \right)$$

$$M_b = 6442 \left( 50 - 0,47 \sqrt{\frac{6442}{80 \times 5,1 \times 0,01}} \right) = 202000 \text{ kg cm.}$$

$$M_s + M_b = 557000 + 202000 = 759000 \text{ kg cm}$$

$$M = 500 \left( 1360 + \frac{2}{3} 170 \right) = 736000 \text{ kg cm}$$

Como se observa

$$M_s + M_b > M; \text{ además } M_s > M_b; s = 1;$$

Ejemplo 2. — En este ejemplo se va a calcular el máximo momento que se puede aplicar a una

fundación de hormigón con zapata de dimensiones dadas, en terreno dado.

Dimensiones de la fundación

$$a = 3 \text{ m}; a_1 = 2,2 \text{ m}; b = 2,6 \text{ m}; b_1 = 2 \text{ m};$$

$$t = 2,2 \text{ m}; t_1 = 1,6 \text{ m}$$

$$C_{i(c)} = C_{b(c)} = 8 \text{ kg/cm}^3; C_{i(c)} \cong \frac{C_i}{4} = 2 \text{ kg/cm}^3; \mu = 0,4$$

Peso del poste (de acero) con todo  $G_p = 5000 \text{ kg.}$

Peso de la fundación

$$G_f = (3 \cdot 2,6 \cdot 0,6 + 2,2 \cdot 2 \cdot 1,8) \cdot 2000 = 25200 \text{ kg}$$

Peso de tierra

$$G_i = [(3 \times 2,6 - 2,2 \times 2) 1,6 + \frac{2,2}{3} (3 \times 2,6 + 3,618 \times 3,218 + \sqrt{90,8}) - 3 \times 2,6 \times 2,2] 1700 = (5,44 + 21,27 - 17,15) 1700 = 16.250 \text{ kg}$$

$$\text{Peso total } G = 5000 + 25200 + 16250 = 46450 \text{ kg}$$

$$C_i = C_b = 8 \times \frac{2,2}{2} = 8,8 \text{ kg/cm}^3;$$

$$C_{i_1} = 2 \times \frac{1,6}{2} = 1,6 \text{ kg/cm}^3$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{C_{i_1}}{C_i} \frac{b_1}{b} = 1 - \frac{1,6}{8,8} \times \frac{2}{2,6} = 0,86;$$

$$\tau = \frac{1,6}{2,2} = 0,727; 1 - \tau = 0,273$$

$$f(\tau) = 0,935; \therefore f(\tau) = 0,86 \times 0,935 = 0,804;$$

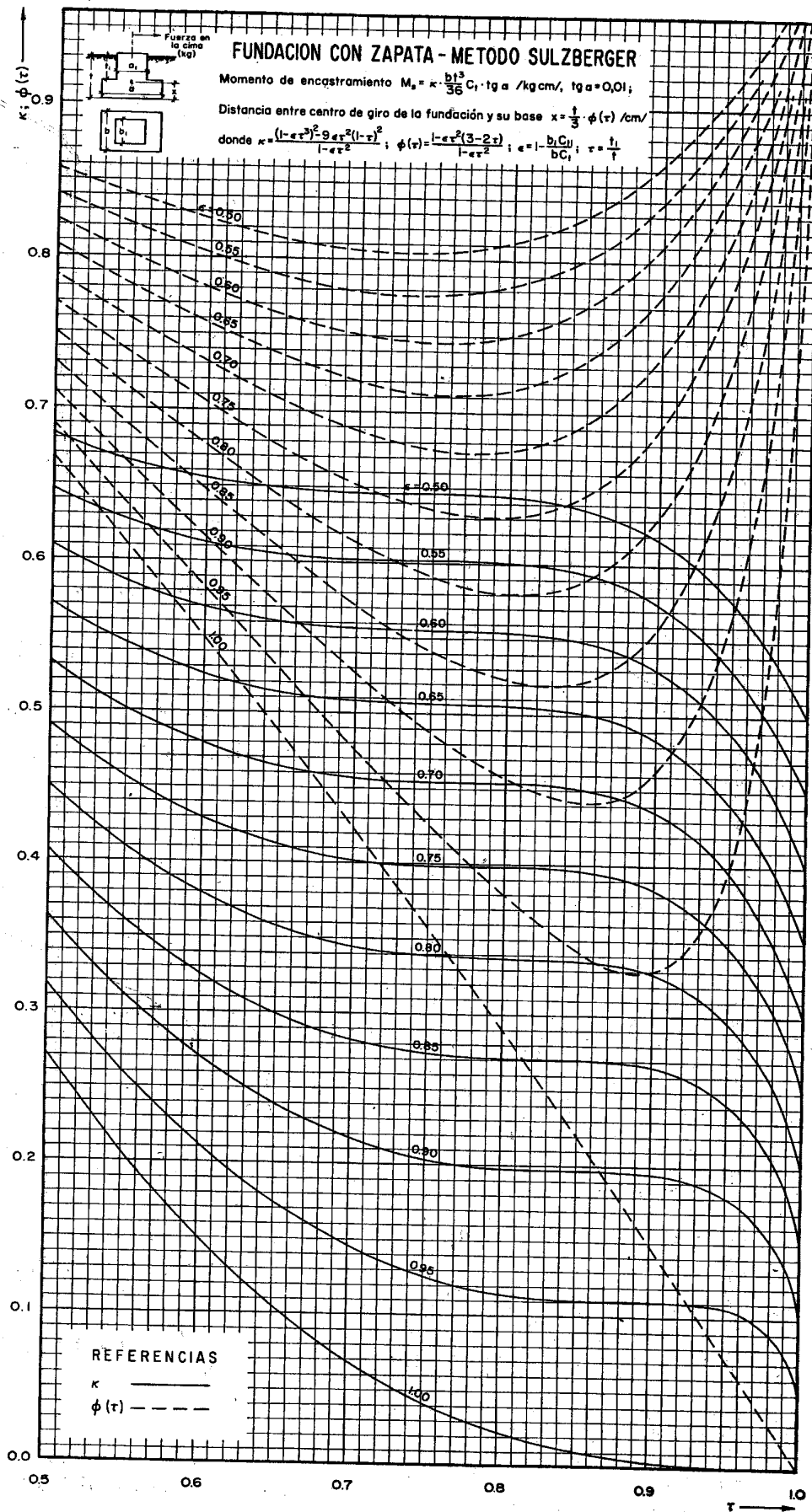
$$1 - \varepsilon f(\tau) = 0,196;$$

$$k = \frac{1 - \tau}{1 - \varepsilon f(\tau)} = \frac{0,273}{0,196} \cong 1,4; \frac{6 \mu G \cdot k}{b^2 C_i} =$$

$$= \frac{6 \times 0,4 \times 46450}{260 (220)^2 8,8} \times 1,4 = 0,0014 < 0,01$$

Entonces

$$M_s = \frac{b t^3}{36} (C_i \times 0,01 \times x)$$



“x” del diagrama para  $\tau = 0,727$ ;  $\varepsilon = 0,86$ ;

$$x = 0,262.$$

$$M_s = \frac{260 (220)^3 \times 8,8}{36} \times 0,01 \times 0,262 =$$

$$= 1,775 \times 10^6 \text{ kg cm}$$

Ahora

$$\frac{2G}{a^2 b C_b} = \frac{2 \times 46450}{(300)^2 260 \times 8,8} = 0,00045 < 0,01$$

Entonces

$$M_b = G \left( \frac{a}{2} - 0,47 \times \sqrt{\frac{G}{b C_b t j x}} \right)$$

$$M_b = 46450 \left( 150 - 0,47 \times \sqrt{\frac{46450}{260 \times 8,8 \times 0,01}} \right) =$$

$$= 5,98 \times 10^3 \text{ kg cm}$$

$$\frac{M_s}{M_b} = \frac{1,775}{5,98} = 0,297 \approx 0,3;$$

s (de la planilla N° 2) = 1,26.

Entonces el momento flector permisible

$$M = \frac{M_s + M_b}{1,26}; 1,775 + 5,98 = 7,755$$

$$M = \frac{7,755}{1,26} \times 10^6 = 6,15 \times 10^6 \text{ kg cm}.$$

El valor obtenido corresponde al momento con respecto al eje de giro. Conviene conocer el momento con respecto al nivel de suelo, entonces tenemos que calcular la distancia entre el baricentro y la base identificada como “x” (fórmula (21))

$$x = \frac{t}{3} \cdot \varphi(\tau)$$

Del diagrama (líneas interrumpidas) para

$\varepsilon = 0,86$ ;  $\tau = 0,727$ ; se obtiene  $\varphi(\tau) = 0,544$ ,

entonces

$$x = 73,3 \times 0,544 \approx 40 \text{ cm}.$$

Conociendo ahora la profundidad del baricentro de la superficie de carga igual a  $2,20 - 0,40 = 1,8 \text{ m}$ , se puede presentar en forma gráfica una dependencia de la fuerza en la cima del poste, de la altura de su aplicación sobre el suelo, mediante la función:

$$F = \frac{61500}{H + 1,8}$$

H (m)	10	12	14	16	18
F (kg)	5 200	4 450	3 890	3 450	3 100

#### Bibliografía:

Bulletin ASE; année 1945. Die Hochspannung-Freileitungen; Girkmann und Königshofer 1952. CIGRE 215; 1954.