

**UNIVERSIDAD DE
BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERIA**

**CALCULO ELECTRICO DE
LINEAS**

ING. HECTOR LEOPOLDO SOIBELZON

Buenos Aires, octubre de 2004

Este apunte surge a partir de mis manuscritos, basados en los aprendizajes a lo largo de mi vida profesional y académica, teniendo como referencia los libros de los profesores Marcellic, Langrehr, Checa, Stagg El Abiad, Stevenson, Carpentier, Ras Oliva, Dalla Verde, Gotter y Simonoff, actualizados con otros libros. Aún no me había atrevido a pasarlos a texto en computadora dada la enorme dificultad en escribir los símbolos que corresponden a magnitudes vectoriales, fasoriales, complejas, tensoriales y a la diferencia entre tensión simple y tensión compuesta.

Gracias a la muy buena voluntad de la Secretaría de Laboratorio Paula Lastra del Departamento de Electrotecnia de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, estos apuntes pueden ahora hacerse públicos.

Sin embargo, sería muy laborioso realizar los dibujos y yo no tengo posibilidades ni tiempo para hacerlo, por lo que he optado por dibujarlos a mano sobre papel cuadriculado y escanearlas. Las figuras están al final del texto.

Como no tenía otro símbolo elegible, a los valores simples, por ejemplo tensión los llamé U_{\sim} y a los tensores, por ejemplo permitividad, los llame $\overset{\vee}{\epsilon}$.

LA CAIDA DE TENSIÓN EN LINEAS CORTAS

En corriente continua, durante el régimen de permanente, L y C no causan ningún problema pues no existen $\frac{di}{dt}$ ni $\frac{du}{dt}$, de modo que

$$e = L \frac{di}{dt} = 0; u = \frac{1}{C} \int i dt \Rightarrow i = C \frac{du}{dt} = 0$$

Como, salvo en régimen variable (rápida conexión o desconexión de cargas), ellas no existen, solo entra R en corriente continua.

En régimen transitorio de desconexión:

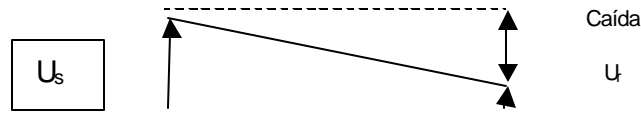
$$u = k_1 e^{-t/T} \text{ con } T = LC$$

o de conexión $u = k_2 (1 - e^{-t/T})$

En c.c., en vacío $U_s = U_r$, en cambio, en carga:

$$U_s = R_{cond} I + R_{carga} I$$

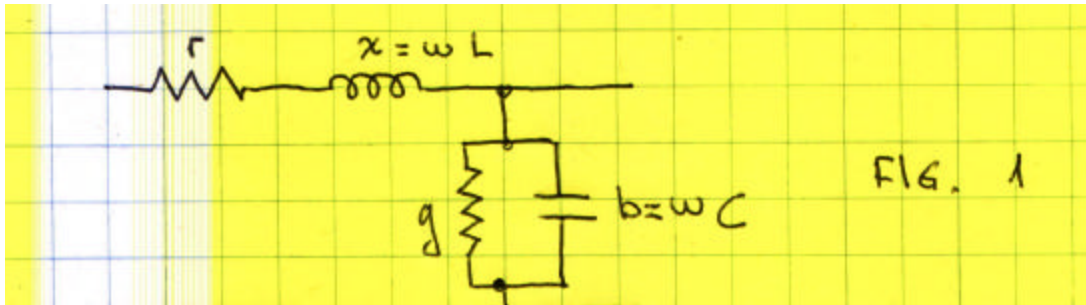
$U_s = U_r + RI$ existe una caída que será mayor a medida que es mayor .I



Efectos de la tensión y corriente alterna en las líneas

Como u e i varían, acá ya entran L y C y por la imperfecta aislación de los aisladores y del aire, entra G.

En la línea, estos parámetros están uniformemente distribuidos, de modo que el circuito equivalente correcto será, expresando como unidad de longitud el km:



Para la long. total $R = r \cdot \ell$, $\omega L = X$, etc.

Como es sabido,

$$L = k_1 \cdot \ln \frac{d}{r}$$

$$C = k_2 \frac{1}{\ln \frac{d}{r}}$$

Hay ciertos casos en que se desprecia C, y salvo casos muy especiales, g casi nunca se considera.

Pero, en general, la línea tendrá:

$$\bar{Z} = R + jX(\bar{\Omega})$$

$$\text{tg} \Psi = \frac{X}{R} \quad (\Psi \text{ ángulo de } Z \text{ de la línea})$$

$$\bar{Y} = (g + jb)\ell$$

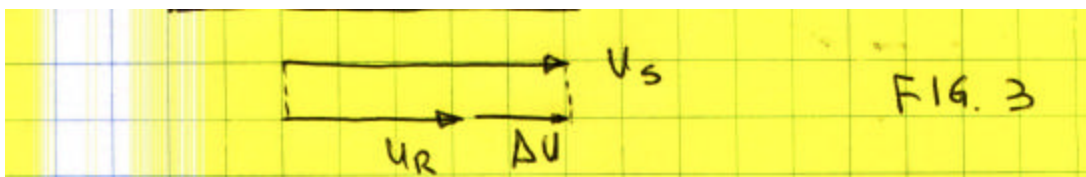
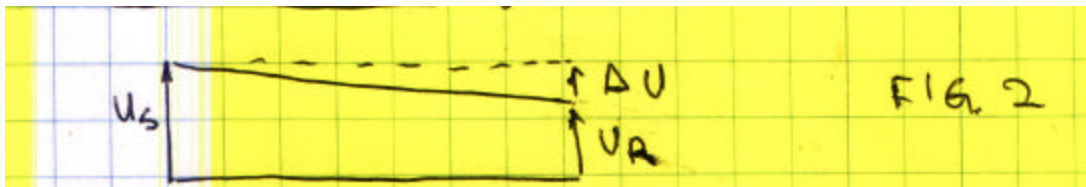
$$\text{tg} \Psi_y = \frac{G}{B} \quad (\Psi_y \text{ ángulo de } Y \text{ de la línea})$$

A los valores de r, x, b y g se los denomina constantes básicas de la línea.

Veremos ahora la expresión de la caída en c.a. considerando solo R y X pues es mas evidente e intuitivo, la ampliación a línea larga es mas fácil.

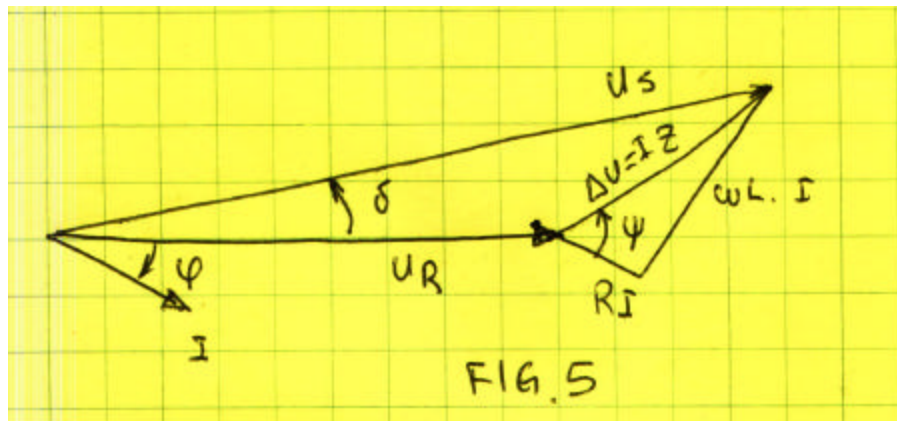
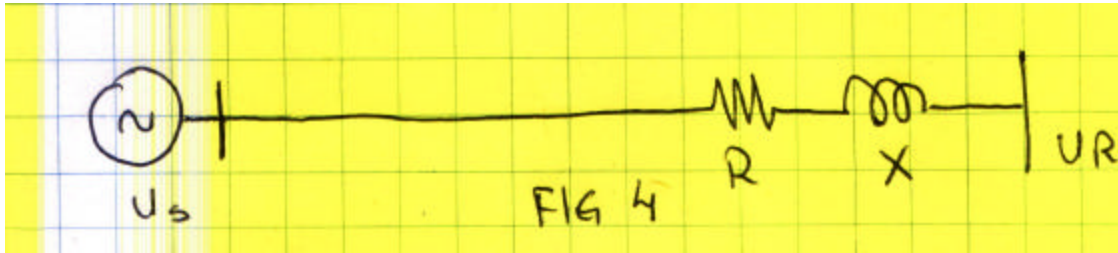
En c.c. teníamos

$$U_s = U_R + \Delta U$$



En c.c. U_s y U_R son escalares, no fasores.

En c.a., \vec{U}_R no esta en fase con $\Delta\vec{U}$ ni con \vec{U}_s



$|\vec{U}_s| \neq |\vec{U}_R|$ y no están en fase, \exists el ángulo d (igual nombre al del generador sincrónico).

Como en general se estudia lo que ocurre en el extremo del recibo, se toma \vec{U}_R como fasor de referencia.

$$\vec{U}_s = \vec{U}_R + \vec{I} \vec{Z}$$

$$U_s \cdot e^{jd} = U_R e^{j0} + \underbrace{I \cdot e^{-j\varphi}}_{\vec{I}} \cdot \underbrace{Z \cdot e^{j\psi}}_{\vec{Z}} \quad [1]$$

si j es positivo o negativo, eso es otro asunto, la figura [5] y la ecuación [1] son generales.

Como $\frac{d}{r} \approx 500 - 1000, \Rightarrow \ln \frac{d}{r} \cong cte, \omega L \approx cte.$

Vale entre 0,35 y 0,42 Ω/km para todas las líneas de 1 solo conductor/fase, a 50 Hz por ello, el valor típico usual es $x \cong 0,4 \Omega/km$ pero r varía mucho con la sección

$$\int r_{Cu} = 0,017 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m} \cdot 10^3 = 17 \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{km} \right]$$

$$\int r_{Al} = 28,26 \left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{km} \right]$$

$$S = 10 mm^2 \rightarrow r = 1,7 \Omega/km$$

$$S = 100 mm^2 \rightarrow r = 0,17 \Omega/km$$

∴ si $r \gg wL$ para secciones chicas, como

$$\text{ty } \mathbf{y} = \frac{X}{R} \text{ sera } \mathbf{y} < 45^\circ$$

∴ para secciones grandes $\mathbf{y} \approx 80^\circ$

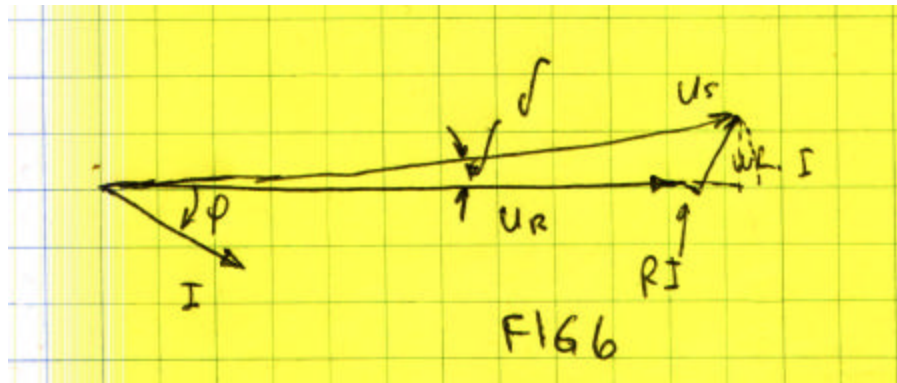
Dijimos

$$U_s e^{j\delta} = U_r + I \cdot Z e^{j(-\mathbf{j} + \mathbf{y})}$$

∴ para calcular la caída de tensión escalar:

$$\Delta U = |\vec{U}_s| - |\vec{U}_r|$$

Se quiere encontrar lo que marcan los voltímetros; si \mathbf{d} es chico, del orden de los 6° u 8° , casi podría hacer la proyección, diciendo $\text{sen } \mathbf{d} = \text{tg } \mathbf{d}$.



Y decir $\Delta U = U_s - U_r = IZ \cos(\Psi - \mathbf{j})$

$$\Delta U = IZ (\cos \mathbf{j} \cos \Psi + \text{sen } \mathbf{j} \text{ sen } \Psi)$$

pero $Z \cos \Psi = R$

$$Z \text{ sen } \Psi = X$$

$$I \cos \mathbf{j} = I_p$$

$$I \text{ sen } \mathbf{j} = I_q$$

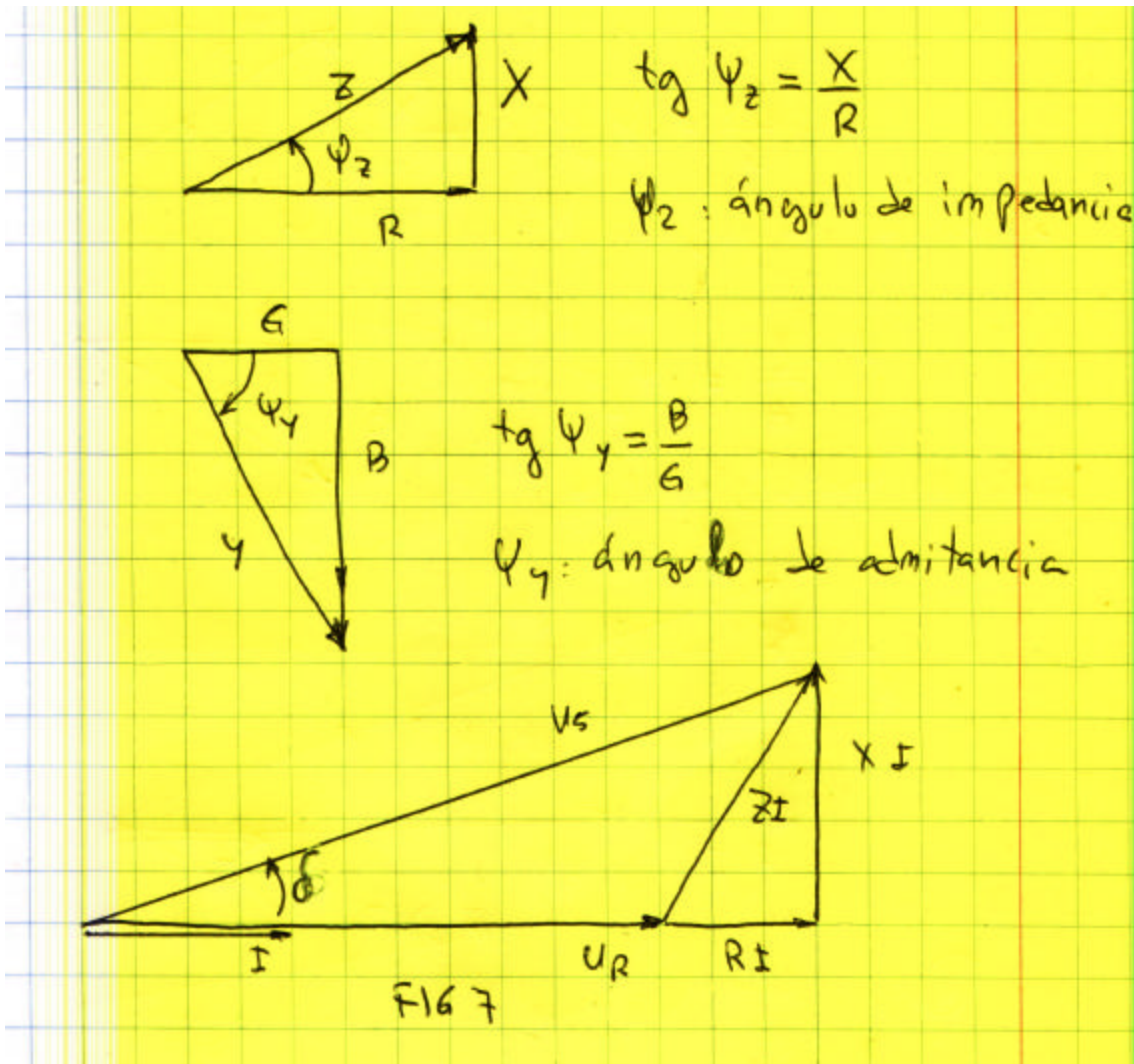
$$\therefore \boxed{\Delta U = I_p \cdot R + I_q X}$$

[2]

Expresión importantísima en todos los cálculos de caída en líneas cortas.

Nos quedaría por justificar porqué no se introduce C y si \mathbf{d} es tan chico para las líneas cortas.

Supongamos que $\cos \mathbf{j} = 1$



$$\text{send} = \frac{IX}{U_S} = \frac{I \cdot X}{U_S} \cdot \frac{U_R}{U_R}$$

pero $U_R \cdot I = P_R \quad \therefore \text{send} = \frac{P_R \cdot X}{U_S \cdot U_R}$

$$P_R = \frac{U_S \cdot U_R}{X} \text{send} \quad [3]$$

que es otra de las fórmulas básicas de la transmisión.

De ella se vé que

1. Si $d = 0^\circ$, $\text{sen } d = 0$, no existe transmisión de potencia activa.
 $\therefore d$ es necesario. Pero d debe siempre en la línea ser menor que 30° , pues debo sumar los d de las máquinas sincrónicas y trafos en ambos extremos, cualquiera sea la longitud de la línea, aún cuando a $> d$ puede transmitir mas potencias.

- Además aún cuando $\cos \phi = 1$ ($\phi = 0^\circ$) la U_s está desfasada de I : la línea consume energía reactiva inductiva para operar.
- El desfase entre tensiones extremas aumenta con la longitud de la línea, pues $X = x\ell$
- Verificaremos cuanto vale ϕ para el caso de líneas cortas.

$$P \approx 10 \text{ MW} \quad P_{\text{caída}} = \frac{10}{3}, U \approx 33 \text{ kV} \therefore U_{\text{caída}} \approx 3,3 \text{ kV} \text{ La caída siempre es } < 10\%$$

$$\therefore U_s \approx U_R, \ell = 10 \text{ km}; x = 0,4 \Omega / \text{km}$$

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{P_{\text{caída}} \cdot X}{U^2} = \frac{10 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 0,4 \times 10 (\Omega / \text{km}) \times 10 \text{ km}}{3 \cdot 19,1^2 \cdot 10^6 \text{ V}} \approx \\ &\approx \frac{40}{400 \cdot 3} \approx 0,03 \Rightarrow \phi \text{ es el orden de los } 6^\circ. \end{aligned}$$

Veamos que ocurre con el consumo de energía por parte de la línea:

$$\vec{U}_s = \vec{U}_R + \vec{I}(R + jX)$$

multiplicando escalarmente por \vec{I}

$$\vec{U}_s \cdot \vec{I} = \vec{U}_R \cdot \vec{I} + jI^2 X$$

$$\bar{N}_s = P_R + RI^2 + jXI^2$$

$\vec{U}_R \cdot \vec{I} = P_R$ pues I y U están en fase.

RI^2 evidencia las pérdidas por efecto Joule.

jXI^2 muestra que en la línea existen, además pérdidas de magnetización necesarias para el funcionamiento.

“La línea es un consumidor de potencia reactiva aún cuando el consumidor lo sea sólo de potencia activa”.

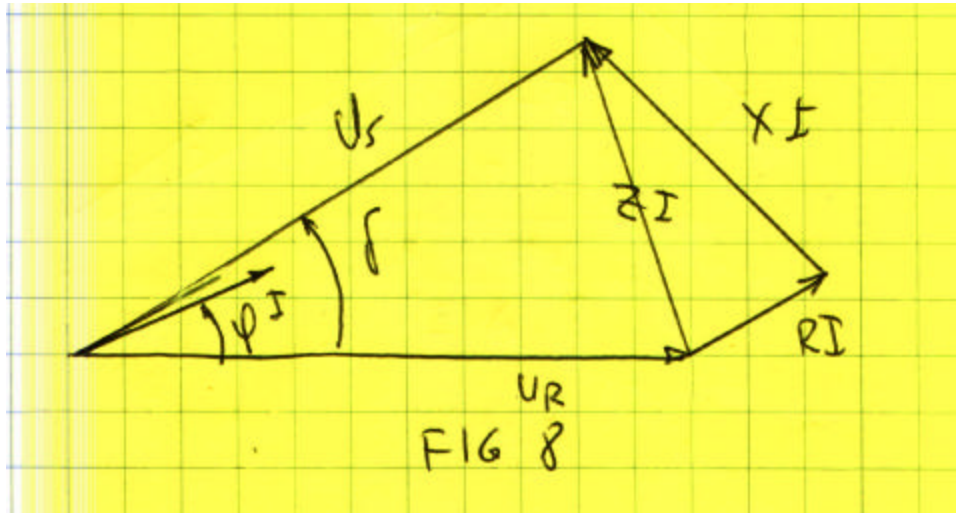
Entonces, siempre que circule corriente habrá pérdidas por efecto Joule y pérdidas de magnetización, que no dependen de la U nominal, sino de I y X ; las mismas pérdidas pueden aparecer en 13,2 que 400kV.

En cambio, debido a la capacitancia de la línea, aparecen pérdidas de forma:

$$wC \cdot U^2 \quad \left[\sim wC \sim 2,5 \times 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}} \right] \text{ aún en vacío}$$

¿Qué pasa si la carga es capacitiva?.

Los consumidores naturales son resistivo-inductivos, pero supongamos que tengan un capacitor en //, por ejemplo para compensación y quedó conectado de noche, por ejemplo.



De la figura [8] se observa que podría llegar a ser $U_S < U_R$ (cosa inconcebible en corriente continua), es decir no caída sino sobre elevación de tensión en el receptor causada por la línea.

Ahora es

$$\Delta U = I_p \cdot R - I_q X \text{ (pues } j \text{ es negativo). Podría ser } \Delta U \text{ negativa si } I_p \cdot R \leq I_q X .$$

En general, cualquiera sea la tensión las corrientes en una línea de transporte son del orden de entre los 100 y 1000 A, o sea como 1/10, mientras las tensiones están entre 13,2 y 750 kV y quizá 1.200 kV dentro de poco, o sea 1/100, >> variación.

En el campo de las M.T. $\Delta Q_{capacit} \ll \Delta Q_{ind}$

Mientras que en MAT

$$\Delta Q_{capacit} \gg \Delta Q_{ind} \text{ por eso en MT no entra C.}$$

$$\text{Además } \Delta Q_{ind} = f(I)$$

$$\Delta Q_{cap} = f(U)$$

Transmisión de la energía en las líneas Propagación de la tensión y la corriente alternas.

Si se quisiera transmitir energía por microondas, con una longitud de onda de 30cm = a 1.000 MHz. A esta frecuencia se combina una pequeña absorción por el aire (2,0 % por c/15 km de camino con razonables propiedades de enfoque).

Una antena de unos 30m de diámetro produce un haz recto, concentrado y poco desvanecido.

En el extremo de recibo, a una distancia de 15 km, se requiere una antena de ~100m de diámetro para captar alrededor del 95% de la energía transmitida. Restándole del 2% de la absorción por el aire, solo el 93% de la energía emitida es recibida.

Comparando con las líneas de transporte, que presentan una eficiencia del 99%, una pérdida del 7% es inaceptable.

Otro dispositivo factible para transmisión inalámbrica es el laser, que produce un canal perfectamente definido de intensa radiación dentro de la zona visible e infrarroja del espectro.

Hoy día podemos decir que el laser está suficientemente desarrollado como para transmitir considerables montos de energía.

El problema insoluble es que la radiación visible es infrarroja. Son altamente absorbidas por el humo, la niebla y la lluvia.

Además se debe considerar el efecto de la transmisión de considerable potencias en haces estrechos no blindados.

Se estima que a 1.000 MHz, con una densidad de potencia de 10 W/0,1 m² daña físicamente a cualquiera que se atravesase en el haz, una densidad de 25kW/0,1m².es letal en cortas exposiciones).

Por estas consideraciones estimamos que las líneas de A.T. no serán obsoletas aún por un tiempo.

El comportamiento de una línea de c.c. se puede asimilar al de la circulación de fluidos dentro de cañerías.

Si aumenta la sección y la d.d.p. (altura), llega teóricamente a transmitir cualquier potencia. En la práctica, sin embargo existen límites dados por la tecnología de los aparatos y aspectos económicos.

El comportamiento de las líneas de c.a., en cambio no se puede asimilar al de las cañerías a causa de L y C. En la práctica, las diferencias se hacen muy notables en la transmisión de grandes potencias a largas distancias, aún cuando, lógicamente, también las líneas cortas presentan L y C.

A causa de la C, existe una derivación de I por la línea, de forma que $I_s \neq I_R$

Como $wCs = b \approx 2,5 \times 10^{-6} \text{ S/km}$

Una línea de 33 kV y 50 km presentará:

$$B = 2,5 \times 10^{-6} \times 50 = 1,25 \times 10^{-4} \text{ S}$$

$$U_{\gamma} = \frac{33}{\sqrt{3}} = 19,1 \approx 20 \text{ kV}$$

$$\therefore I_{cap} = U_{\gamma} B = 20 \times 10^3 \times 1,25 \times 10^{-4} = 2,5 \text{ A}$$

$$N = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 33 \cdot 2,5 = 141 \text{ kVA}$$

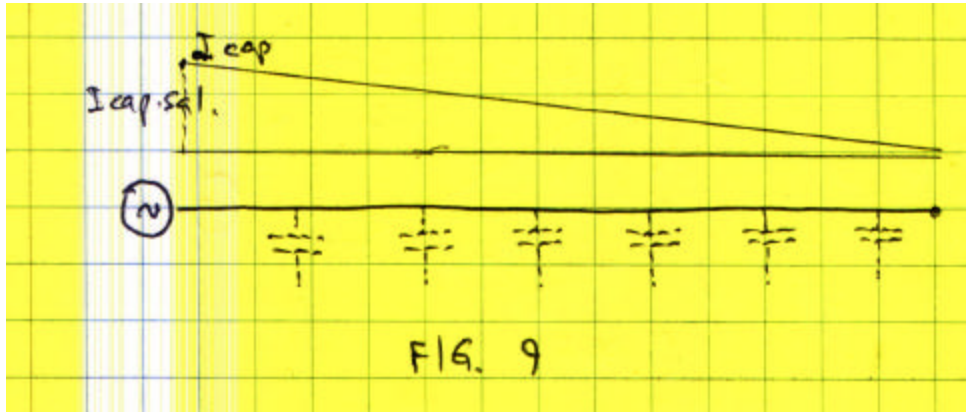
En cambio una línea de 400 kV y 1000 km tiene:

$$B = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 = 2,5 \times 10^{-3} \text{ S}$$

$$I_{cap} = 2,5 \times 10^{-3} \times \frac{400}{\sqrt{3}} \times 10^3 \cong 700 \text{ A}$$

$$N = \sqrt{3} UI = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 700 \times 10^3 \cong 500 \cdot 10^6 \text{ VA}$$

Pero 500 MVA es la potencia de una central grande. Claro que eso no es todo, pero desde ya vemos que mientras en MT se puede evitar el cálculo de la C, pues la I capacitiva es despreciable frente a la I transportada, en líneas de AT y MAT hay que tomarla en cuenta pues $I_{cap} \simeq I_{transportada}$

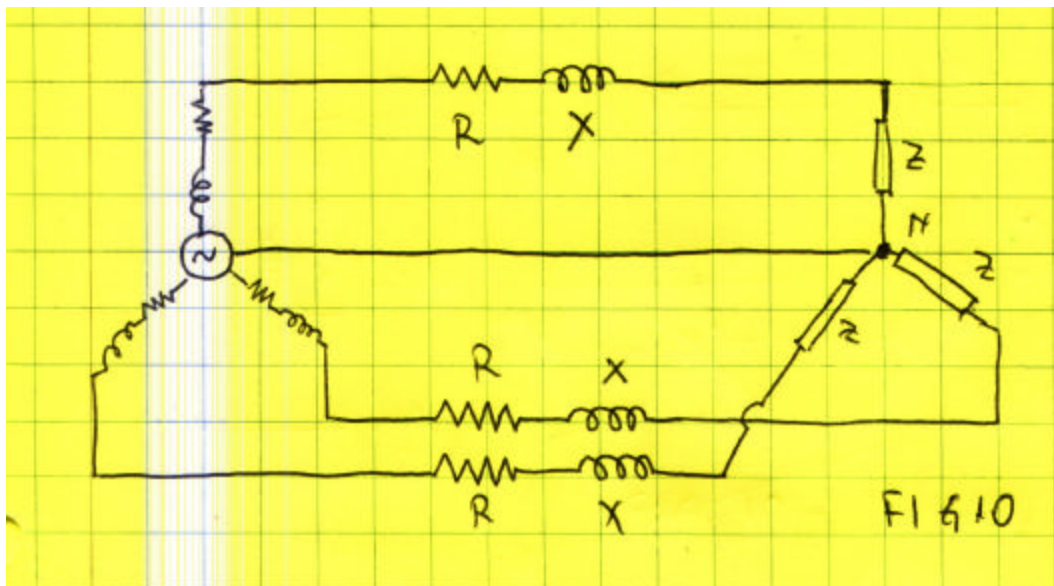


Entonces mientras que en la línea corta $\begin{cases} U_S = U_R \\ I_S = 0, I_R = 0 \end{cases}$ en vacío,

En la línea larga $\begin{cases} U_S \neq U_R \\ I_S \neq 0, I_R = 0 \end{cases}$ en vacío

Representación de las líneas

Las líneas operan generalmente con cargas trifásicas simétricas y equilibradas, y las líneas son casi siempre simetrizadas.



El circuito se simplifica poniendo R y L como parámetros concentrados, lo que siempre es válido, mientras no se considere la C ni la G derivación, y siempre y cuando se considere la relación entre extremos de recibo y salida, pues $R = r \cdot l$; $X = x \cdot l$.

Si el sistema es simétrico, no circula corriente por el neutro que une O con N, \therefore puede eliminarse el conductor neutro.

Además, las U e I en las fases 1,2 y 3 son de = amplitud, solo que están desfasadas 120° y 240° respecto de V_1 ó I_1 , ∴ puedo hacer todos los cálculos para una sola fase.

Dijimos además que G para los cálculos técnicos generalmente se desprecia cuando se desea calcular la U e I de una línea.

La línea es un filtro pasabajos integrador.



Clasificación de las líneas para su cálculo eléctrico.

La clasificación de las líneas para el cálculo es función de la tensión nominal, la longitud y las aproximaciones admitidas al operar con los parámetros. En realidad, como, por ejemplo, sabemos que la potencia se duplica cada 10 años si el crecimiento es del 7% anual acumulativo, nunca se conoce eso exactamente ¿y para que año lo cálculo?, Capaz que dentro de 20 años mi error fue grande.

R, L y C están distribuidas uniformemente y en el cálculo exacto de las largas líneas así se considera.

Las líneas de 33 kV o menos y longitud < 60 km, se llaman líneas cortas y en ellas se desprecia la capacitancia.

Líneas con tensiones del orden de los 66-132 kV y longitudes entre 60 y 200 km se llaman líneas medias. Para las < U y long se supone toda la capacitancia concentrada en la mitad de las líneas, se llama esquema T; para las > U y long se pone la $\frac{1}{2}$ de la capacitancia en cada extremo de la línea. Se llama

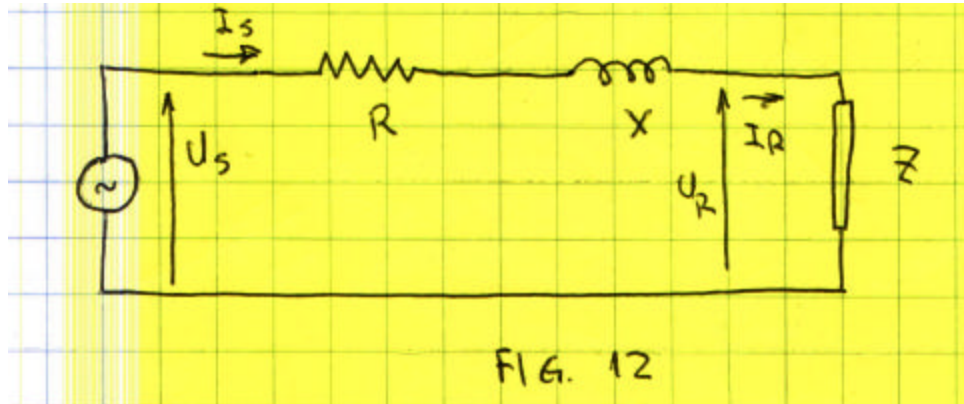
esquemap .

Líneas de > 132 kV y 200 km deberían calcularse con parámetros distribuidos aún cuando hasta 300 km puede usarse el esquema p .

$$\bar{Z} = \bar{z} \cdot \ell ; \bar{Y} = \bar{y} \cdot \ell \quad \begin{array}{l} \bar{Z} [\Omega / km] (\text{impedancia serie}) \\ \bar{Y} [S / km] (\text{admitancia derivación}) \end{array}$$

Líneas cortas

El circuito equivalente de una línea corta es



I_S, I_R : I en salida y recibo; U_S, U_R : U en salida y recibo.

Cuando los signos están como en la figura 12, se dice que son positivos.

Este circuito se resuelve como un circuito sencillo de c.a. Como no hay ramales en //, la I es = en ambos extremos.

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R \quad [4]$$

La U_S en f (U_R) será:

$$\bar{U}_S = \bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \bar{Z} \quad [5]$$

El efecto de la variación del $\cos j_R$ sobre la U_S entiende mejor en las líneas cortas. Además, introduciendo el concepto de impedancia de transferencia, la generalización a las líneas largas se hace inmediata.

El concepto de caída porcentual de tensión en el extremo de recibo, también aparece acá. Algunos lo llaman regulación. Es:

$$\% \text{ caída} = \frac{|\bar{U}_{Ro}| - |\bar{U}_{RN}|}{|\bar{U}_{RN}|}$$

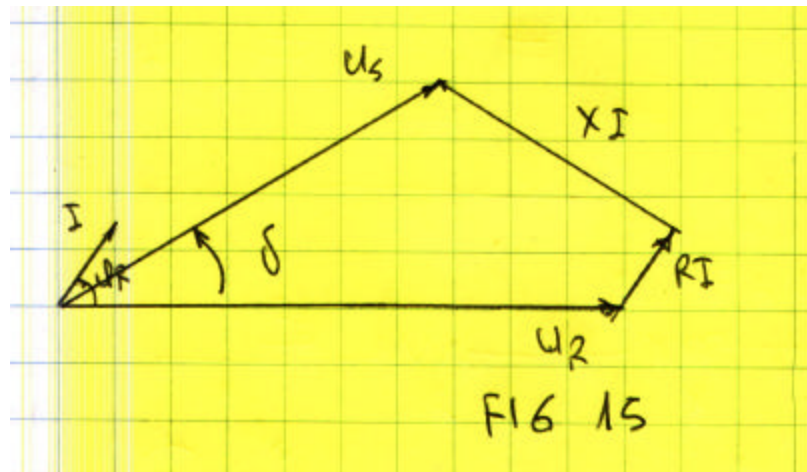
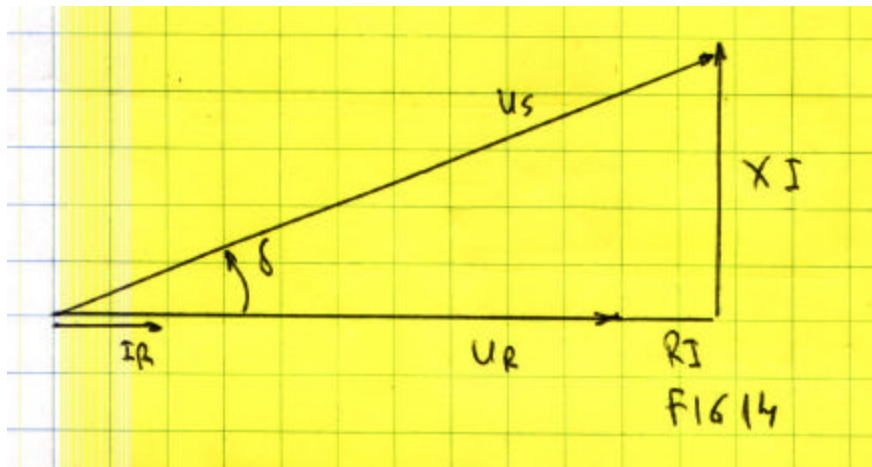
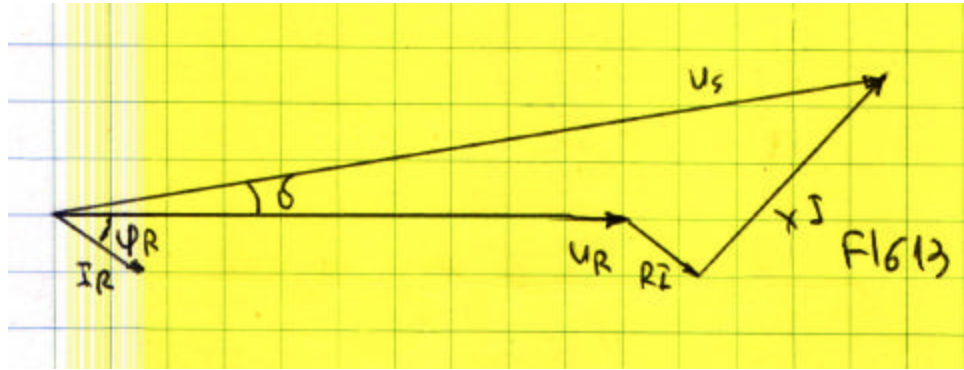
En la que:

$|\bar{U}_{Ro}| = |\bar{U}_R|$ en vacío; $|\bar{U}_{RN}| = |\bar{U}_R|$ en carga nominal.

Del circuito equiv. Fig [12], vemos claramente que, en el funcionamiento en vacío:

$|\bar{U}_{Ro}| = |\bar{U}_{So}|$ (pues no hay I carga)

Dijimos que mantendremos la $|\bar{I}_{RN}|$ y la $|\bar{U}_{RN}|$, pero veremos cual es la caída porcentual de tensión al variar $\cos j_R$.



De estos casos se observa que, si bien las caídas en la línea $I_R \cdot R$ y $I_R \cdot X$ son = en los 3 casos, la \vec{U}_s es < con carga R que con carga $R - X_L$ y aún < con carga $R - X_c$. Además vemos que el ángulo d aumenta al hacerse la carga mas capacitiva o sea que aumenta el desfase entre U extremas. Además, con cargas capacitiva $|\vec{U}_s|$ puede ser < que $|\vec{U}_R|$ cosa inconcebible en corriente continua. (En vez de ser caída es elevación de U).

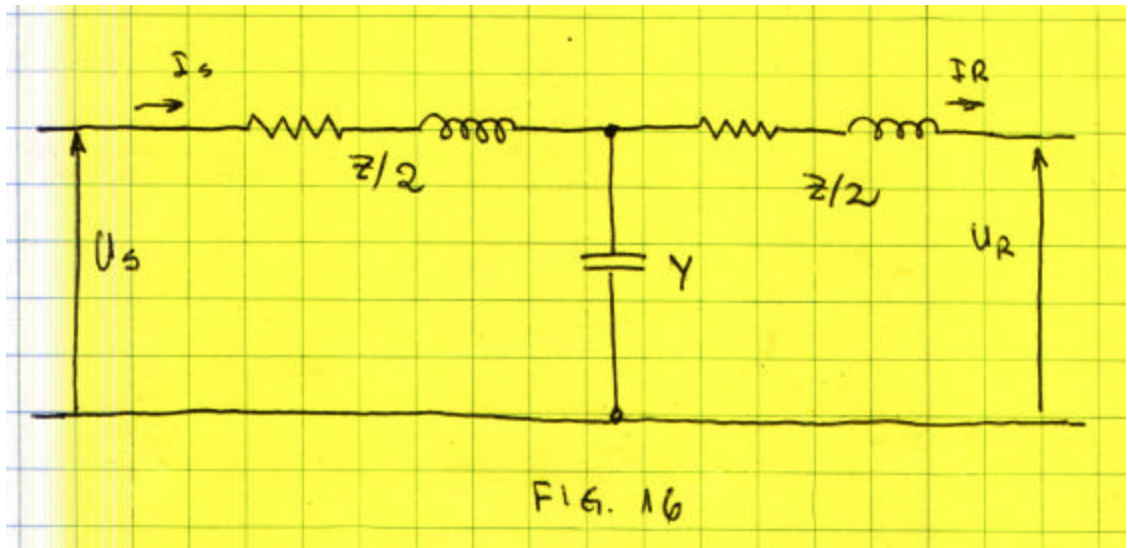
La relación entre $\cos j_R$ y U_s es similar en las líneas largas, pero no se visualiza tan fácilmente.

En cuanto a la cuantificación en sí de la caída de tensión, ya vimos que la ecuación da:

$$\Delta U_{\gamma} = I_p \cdot R - I_q \cdot X$$

Líneas medias

Para este tipo de líneas se debe introducir la admitancia (generalmente C pura). Si se la introduce en la mitad de la línea tendremos el circuito T.



$\bar{Z} = R + jX$ de una fase respecto al neutro. Idem \bar{Y} . Generalmente el dato es lo que se necesita en el recibo o sea U_R e I_R y las incógnitas U_S e I_S

En este circuito:

$$\bar{U}_S = \bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \frac{\bar{Z}}{2} + \left[\bar{I}_R + \left(\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \frac{\bar{Z}}{2} \right) \bar{Y} \right] \cdot \frac{\bar{Z}}{2}$$

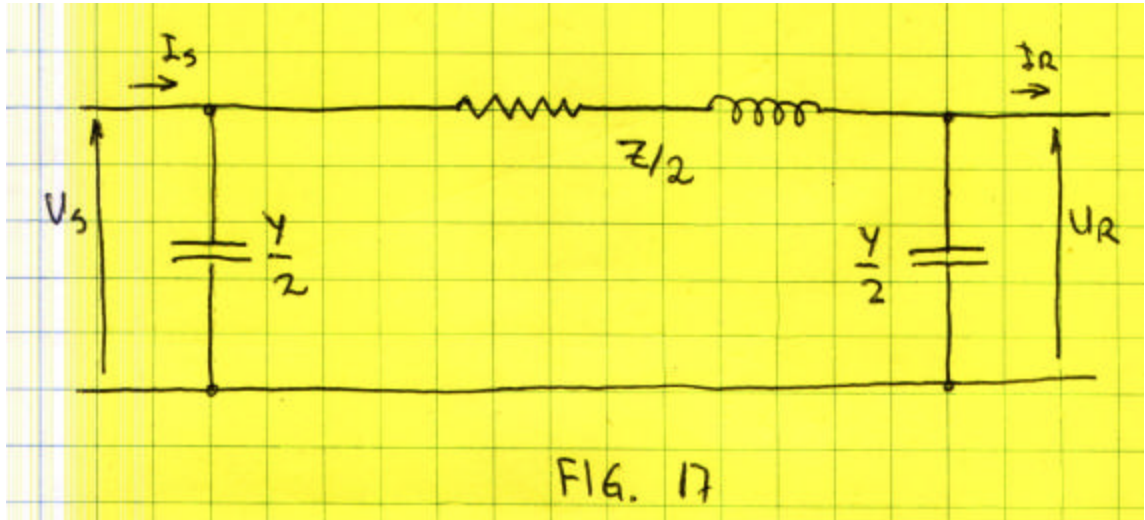
quiero obtener $\bar{U}_S = f(\bar{U}_R, \bar{I}_R)$

$$\bar{U}_S = \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \right) \bar{U}_R + \left(\bar{Z} + \frac{\bar{Z}^2 \cdot \bar{Y}}{4} \right) \bar{I}_R \quad [6]$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \left(\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \frac{\bar{Z}}{2} \right) \bar{Y}$$

$$\bar{I}_S = \bar{Y} \cdot \bar{U}_R + \left(1 + \frac{\bar{Z} \bar{Y}}{2} \right) \bar{I}_R \quad [7]$$

El circuito **p** se utiliza más a menudo que el T, pues se acerca un poco más a la C distribuida. En el :



$$\begin{aligned} \bar{U}_S &= \bar{U}_R + \bar{Z} \left(\bar{I}_R + \bar{U}_R \cdot \frac{\bar{Y}}{2} \right) \\ \bar{U}_S &= \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \right) \bar{U}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R & [8] \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_R + \bar{U}_R \cdot \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{U}_S \cdot \frac{\bar{Y}}{2} \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_R + \bar{U}_R \cdot \frac{\bar{Y}}{2} + \left[\left(1 + \frac{\bar{Z} \bar{Y}}{2} \right) \bar{U}_R + \bar{Z} \cdot \bar{I}_R \right] \frac{\bar{Y}}{2} \\ \bar{I}_S &= \bar{U}_R \left(\bar{Y} + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}^2}{4} \right) + \left(1 + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}{2} \right) \bar{I}_R & [9] \end{aligned}$$

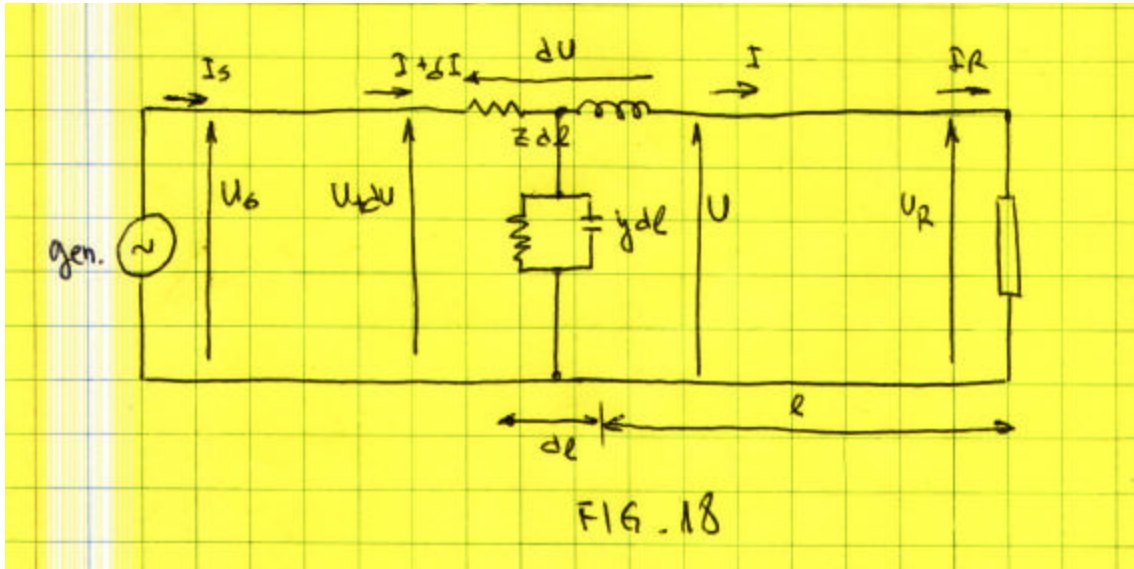
Comparamos 4 y 5 con 6, 7, 8 y 9 vemos que:

- 1) Si \bar{Y} es despreciable, las ecuaciones son iguales.
- 2) Usar T ó p se confirma que no es indiferente.

En caso de dudas puede dividirse la línea en 2 T ó p en serie, lo que aproxima más los resultados.

Líneas largas.

Para llegar a las ecuaciones recién desarrolladas hemos supuesto tácitamente que la I que se deriva es = y constante en cada punto. Lo que en realidad es igual y constante es la C y la G . Por eso es que las I no se derivan en todos los tramos con igual intensidad, ya que la corriente en derivación provoca un cambio en las caídas $\bar{I} \bar{Z}$ en cada tramo elemental de línea y \therefore las U aplicadas a cada admitancia son distintas y las I que se derivan también lo serán.



Sea ℓ la distancia considerada desde el extremo de recibo y $d\ell$ la longitud del elemento.

La amplitud y fase de U variará a lo largo de la línea, lo mismo que I

$$d\vec{U} = \vec{I} \cdot \vec{z} \cdot d\ell$$

$$\frac{d\vec{U}}{d\ell} = \vec{I} \cdot \vec{z} \quad [10]$$

$$d\vec{I} = \vec{U} \cdot \vec{y} \cdot d\ell$$

$$\frac{d\vec{I}}{d\ell} = \vec{U} \cdot \vec{y} \quad [11]$$

derivando respecto de ℓ ambas ecs tenemos

$$\frac{d^2\vec{U}}{d\ell^2} = \vec{z} \cdot \frac{d\vec{I}}{d\ell} \quad [12]$$

$$\frac{d^2\vec{I}}{d\ell^2} = \vec{y} \cdot \frac{d\vec{U}}{d\ell} \quad [13]$$

reemplazamos 10 y 11 en 12 y 13.

$$\frac{d^2\vec{U}}{d\ell^2} = \vec{y} \cdot \vec{z} \cdot \vec{U} \quad [14]$$

$$\frac{d^2\vec{I}}{d\ell^2} = \vec{y} \cdot \vec{z} \cdot \vec{I} \quad [15]$$

asi en la 14 las únicas variables son U y ℓ y en la 15 I y ℓ .

Tenemos 2 ecuaciones en la que la $\frac{d^2}{d\ell^2}$ es = a la función original (multiplicada por $y \cdot z$). Por lo tanto, la solución es seguro una función exponencial.

Si supongo que la solución es

$$U = A_1 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} + A_2 \cdot e^{-\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} \quad [16]$$

$$\frac{dU}{d\ell} = \sqrt{zy} \cdot A_1 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} - \sqrt{zy} \cdot A_2 \cdot e^{-\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} \quad [17]$$

$$\frac{d^2U}{d\ell^2} = z \cdot y \left[A_1 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} + A_2 \cdot e^{-\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} \right]$$

que es $z \cdot y$ veces la ecuación original

Sustituyendo 14 en 7:

$$I = \frac{\sqrt{z \cdot y}}{z} \cdot A_1 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} - \frac{\sqrt{z \cdot y}}{z} \cdot A_2 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 \cdot e^{\sqrt{z \cdot y} \cdot \ell} \quad [18]$$

$$\sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{z \cdot \ell}{y \cdot \ell}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

es constante cualquiera sea la longitud que se considere, y tiene dimensiones de impedancia. Se llama impedancia característica o impedancia de onda de la línea, indica con $\bar{Z}_o \cdot \sqrt{z \cdot y}$ es adimensional. Se indica con la letra $\bar{\Theta}$, y se llama constante de propagación.

Para sacar los valores de A_1 y A_2 , hago $\ell = 0, \therefore \bar{U} = \bar{U}_R \quad \bar{I} = \bar{I}_R$

de 16 $\bar{U}_R = A_1 + A_2$

de 18 $\bar{I}_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2) \therefore \bar{I}_R \bar{Z}_o = A_1 - A_2$

si sumo

$$\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_o = 2A_1$$

$$A_1 = \frac{\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_o}{2}$$

restando sale $A_2 = \frac{\bar{U}_R - \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_o}{2}$

sustituyendo

$$\bar{U} = \frac{\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_o}{2} \cdot e^{\bar{\Theta} \cdot \ell} + \frac{\bar{U}_R - \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_o}{2} \cdot e^{-\bar{\Theta} \cdot \ell}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_R / \bar{Z}_o + \bar{I}_R}{2} \cdot e^{\bar{\Theta} \cdot \ell} - \frac{\bar{U}_R / \bar{Z}_o - \bar{I}_R}{2} \cdot e^{-\bar{\Theta} \cdot \ell} \quad [19] \text{ y } [20]$$

Con las ecuaciones 19 y 20 se puede calcular U e I en cualquier punto de una línea.

Las pérdidas de potencia no son $\Delta U \cdot I$, como, a veces, se confunde.

$$\Delta P \neq \Delta U \cdot I$$

$$\Delta P = R I^2 = R[(I \cos \phi)^2 + (I \sin \phi)^2]$$

$$\Delta U \cdot I = (I \cos \phi \cdot R + I \sin \phi \cdot X)(I \cos \phi + I \sin \phi)$$

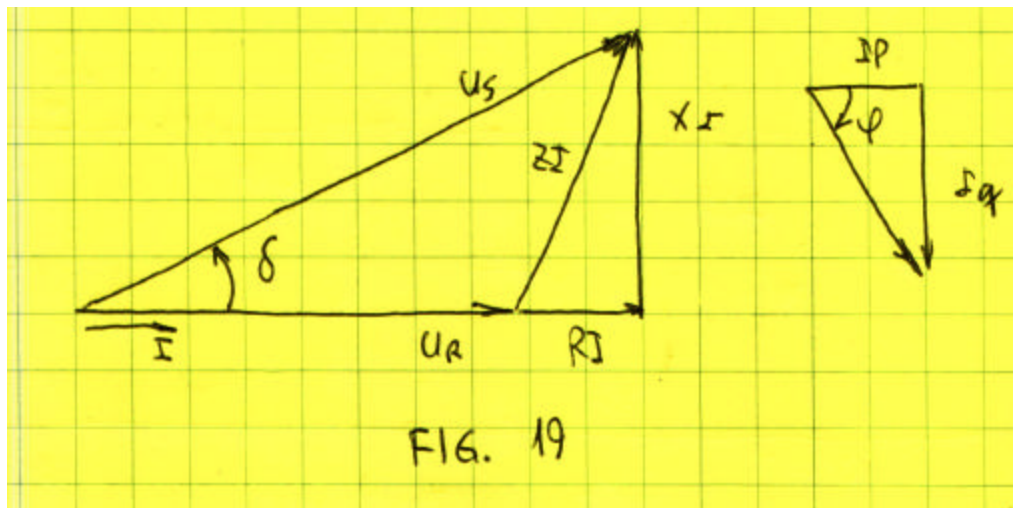
$$\therefore \Delta P \neq \Delta U \cdot I$$

EL RÉGIMEN DE TRANSMISIÓN PARA LÍNEAS CORTAS Y LARGAS.

En las líneas largas, en las que generalmente se transmite con $\cos \phi = 1$ (carga resistiva) y $x > r$, si tomáramos como punto de partida la expresión de la caída en la línea corta:

$$\Delta U = I_p \cdot R + I_q \cdot X = \frac{P_R}{\sqrt{3}U} (r + x \cdot \tan \phi) \ell$$

y recordamos además que la línea absorbe potencia reactiva – inductiva para funcionar, aún cuando el consumidor lo sea solo de potencia activa.



Acá $\bar{N}_R = U_R \cdot I \cdot \epsilon^{j0} = P_R + j0$

Mientras que $\vec{U}_S = \vec{U}_R + \vec{I}(R + jX)$ [21]

Multiplicando por I

$$\vec{U}_S \cdot \vec{I} = \vec{U}_R \cdot \vec{I} + I^2 R + jI^2 X$$

pero $\vec{U}_R \cdot \vec{I} = P_R$

pues $\phi = 0^\circ$

$I^2 R$ son pérdidas Joule

$I^2 X$ es la potencia reactiva inductiva absorbida

Esta potencia reactiva inductiva absorbida, trifásica, vale:

$$Q_S = 3I^2 \cdot X = 3I^2 x \cdot \ell = 1,2 \cdot I^2 \cdot \ell \quad (x = 0,4 \Omega/km) \quad [22]$$

potencia que se desprecia en el cálculo de pérdidas de líneas cortas, por ejemplo en 33 kV, transmito 4.000 kW a $\cos j = 1$ y $\ell = 30 \text{ km}$ me dá: $Q_s = 178 \text{ kVA}$, despreciable frente a la potencia transmitida (recordar que en cálculo económico solo se toman en cuenta las pérdidas Joule).

En cambio la línea que transmita 1000 A a 1000 km

$$Q_s = 1,2 \cdot 10^6 \cdot 10^3 = 1.200 \text{ MVA}$$

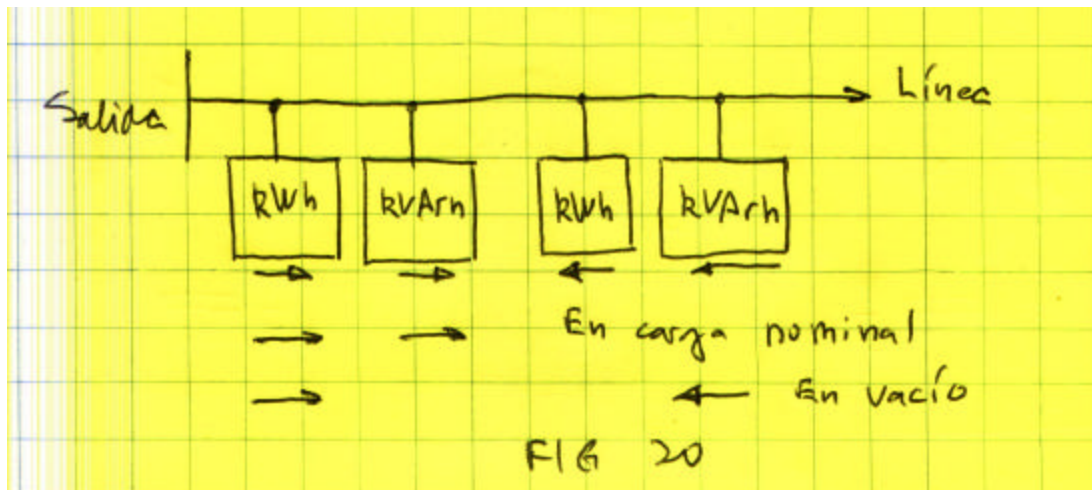
mientras que, si fuera de 500 kV, podría transmitirse, a lo sumo, 1000 MW.

Entonces vemos que, para que sea posible el transporte de grandes potencias a largas distancias, debería existir algún otro factor que no tienen en cuenta la ecuación [21] pues sino las caídas de tensión y flujos de potencias reactivas serían inadmisibles.

Las líneas largas funcionan porque, justamente, además de aparecer energía reactiva inductiva a causa de la inductancia, aparece una energía reactiva capacitiva a causa de la capacitancia.

El receptor está compensado, de modo que N_R es puramente activa

En la figura [20] se ilustra un ejemplo.



Y esta es una línea "media". En vacío, la línea "genera energía reactiva" Por lo tanto un estado intermedio con $kVA_r \leftarrow y \rightarrow$ que valen cero.

\therefore también en salida la potencia es puramente activa.

De ahí vienen los famosos y discutidos signos menos antepuestos a Q.

Lo cierto es que durante el transporte de grandes potencias a largas distancias puede ocurrir que este totalmente compensada la Q ind. con la Q cap. Desde el punto de vista del generador solo se consume W_{activa} . Desde el punto de vista de la carga solo se absorbe W_{activa} . Entonces a lo largo de la línea lo que hay es una exacta compensación.

$$Q_{cap} = 3U_{\phi}^2 \cdot \omega \cdot C \cdot \ell \approx 2,6 \cdot 10^{-6} \cdot U^2 \cdot \ell \quad [23]$$

$Q_{cap} = \text{cte}$ según 23, mientras que, según 22 Q_{ind} depende la I transportada.

En la línea larga se compensa siempre la carga, de modo que los $j_R = 1$ siempre. Además, con capacitores o con compensador sincrónico se puede regular $|\bar{U}_R|$ según la necesidad, de modo que las permisivas de cálculos de las líneas largas son muy \neq de las líneas cortas. Mientras en las líneas cortas lo que se trata de fijar la caída de tensión y luego calcular la regulación, eventualmente disponer de capacidad serie regulada automáticamente de U a la salida, en las líneas largas de interconexión al cálculo se efectúa escogiendo de antemano una relación U_s/U_R y determinando luego las compensaciones necesarias para cumplir estos requerimientos a cargas variables.

La selección de un dado valor de la relación U_s/U_R depende no solo de condiciones técnicas sino económicas:

$A >$ diferencia $U_s - U_R$, $>$ caída, $>$ pérdidas

$A <$ diferencia $U_s - U_R$, $>$ compensación, $>$ gastos iniciales.

No obstante, el funcionamiento de una línea larga aún sin compensación, es \gg complicado que el de la línea corta, por lo que no pueden emplearse las sencillas ecs anteriores, hay que plantear las ecuaciones exactas.

Las ecuaciones exactas de la línea larga y sin interpretación.

Las expresiones de la U y la I en cualquier punto de una línea larga son:

$$\bar{U} = \frac{\bar{U}_R + \bar{I}_R \cdot \bar{Z}_0}{2} \epsilon^{\bar{\Theta}\ell} + \frac{\bar{U}_R - \bar{I}_R \bar{Z}_0}{2} \epsilon^{-\bar{\Theta}\ell} \quad [24]$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_R / \bar{Z}_0 + \bar{I}_R}{2} \epsilon^{\bar{\Theta}\ell} - \frac{\bar{U}_R / \bar{Z}_0 - \bar{I}_R}{2} \epsilon^{-\bar{\Theta}\ell} \quad [25]$$

donde \bar{Z}_0 es la impedancia característica de la línea, que se mide en $\bar{\Omega}$, y $\bar{\Theta} \cdot \ell = \bar{\Theta}$

es un valor en $\left[\frac{1}{m} \right]$ complejo, que se llama la constante de propagación.

Siendo $\bar{\Theta}$ un número complejo $\bar{\Theta} = \Theta' + j\Theta''$, donde la parte real se llama la constante de atenuación y la parte imaginaria se llama constante de distorsión.

Como en las expresiones entra $\epsilon^{\bar{\Theta}}$, se escribe $\epsilon^{\bar{\Theta}\ell} = \epsilon^{\Theta'\ell} \cdot \epsilon^{j\Theta''\ell}$

NOTA: En el programa con el que se escribió este apunte, no existe la letra theta minúscula. Por ello en este apunte se escribe $\Theta \cdot \ell = \Theta$, la primera debería ser minúscula.

- el término $\epsilon^{\Theta'\ell}$ es real, y aumenta al aumentar ℓ a partir del receptor. Viene a significar un aumento en módulo, es decir una expansión del vector.
- El término $\epsilon^{j\Theta''\ell}$ sabemos que equivale a un giro en $\Theta''\ell$ grados o sea expresa la rotación del vector, $\therefore \epsilon^{\bar{\Theta}\ell}$ indica que los fasores U e I a lo largo de la línea, a demás de rotar, se expanden o contraen.

El primer sumando de [24], aumenta en módulo y adelanta el desfase a medida que me alejo del extremo receptor; al contrario al alejarse del extremo transmisor se achica en módulo y atrasa en desfase. Se llama tensión incidente.

Lo contrario ocurre con el segundo sumando. Se llama tensión reflejada. Lo mismo ocurre con la corriente.

Si una línea tiene en su extremo de recibo una carga igual a la Z_c de la línea, la $\vec{U}_R = \vec{I}_R \cdot \vec{Z}_o$, por lo tanto no existe tensión reflejada, se llama línea plana o infinita pues es una línea en la que no hay reflexión.

La longitud de una onda es la distancia entre 2 puntos que difieren 360° ó 2π rad.

Se define la línea ideal como aquella exenta de R y G. En esta la constante de propagación vale

$$\bar{\Theta}_{id} = \sqrt{z \cdot y} = \sqrt{\omega L \cdot \omega C} = 2\pi f \sqrt{L \cdot C}$$

vimos que $L = 4,606 \cdot 10^{-4} \log d/r$

En realidad $g=0$ desde el punto de vista eléctrico, y en las líneas largas $x \gg r$ por lo que la línea ideal es bastante real.

$$C = 0,02413 \cdot 10^6 \frac{1}{\log d/r}$$

$$\sqrt{LC} = 3,34$$

$$\text{a } 50 \text{ Hz, } \bar{\Theta}_{id} = 3,14 \cdot 3,34 = 0,00105 \text{ rad/km} = 0,06^\circ / \text{km}$$

∴ la longitud de onda de una línea de 360° medirá:

$$\frac{360^\circ}{0,06^\circ / \text{km}} = 6.000 \text{ km}$$

Pero como están las máquinas sincrónicas, no se pueden admitir desfases entre U extremas mayores que $\frac{1}{4}$ de onda, o sea que las más largas líneas aéreas si compensación nunca sobrepasaron los 1500 km mientras que en c.a.s. su longitud es $\approx 100 \text{ km}$ y no mas pues C es muy grande, y la relación \sqrt{LC} es \neq .

Eso para la línea ideal. En la línea real, hay una pequeña diferencia en menos pues aparece la R. Si aumenta la frecuencia, aumenta la longitud eléctrica de la línea para = long física.

Si la línea está en vacío, $I_R = 0$.

En ese caso, de la expresión [24], tomando U entre extremos.

$$\vec{U}_S = \frac{\vec{U}_R}{2} \cdot \epsilon^{\bar{\Theta}} + \frac{\vec{U}_R}{2} \cdot \epsilon^{-\bar{\Theta}}$$

$$\frac{\vec{U}_S}{\vec{U}_R} = \frac{\epsilon^{\bar{\Theta}} + \epsilon^{-\bar{\Theta}}}{2} = \cosh \bar{\Theta}$$

pero siendo $\bar{\Theta}$ un complejo $\cosh \bar{\Theta}$ es siempre ≤ 1 , luego $\vec{U}_S < \vec{U}_R$: existe una sobre elevación de U y eso se llama efecto Ferranti. Es una sobretensión a la frecuencia de servicio.

Si la línea está cortocircuito en el receptor, $U_R = 0$ la relación

$$\frac{\bar{I}_S}{\bar{I}_R} = \cosh \Theta \bar{I}_S < \bar{I}_R \text{ hay un aumento de } I \text{ hacia el receptor.}$$

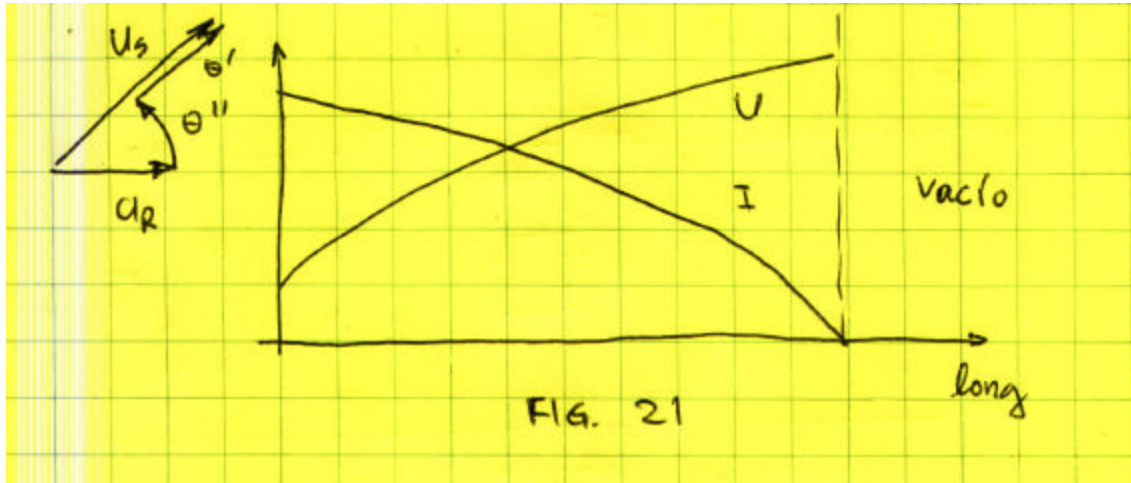


FIG. 21

Vacío

En vacío en el extremo de recibo se suman U incidente y U reflejada y se restan I incidente e I reflejada.

Cortocircuito

En cortocircuito ocurre lo contrario a vacío

En un caso, vemos que puede aumentar la U , en otro la I ; lo único que no puede aumentar a lo largo de la línea es la potencia activa. Cualquier estado intermedio es una combinación de vacío y cortocircuito.

Recién dijimos que la longitud de la onda de 50 Hz en la línea es de 6.000 km. ¿Cuánto vale la velocidad de estas ondas?: $u = \lambda \cdot f = 6.000 \times 50 = 300.000 \text{ km/seg}$. Es la velocidad de la luz.

Teniendo presente que, en aire: $\overset{\vee}{m} = m_0$ y $\overset{\vee}{\epsilon} = \epsilon_0$ resulta:

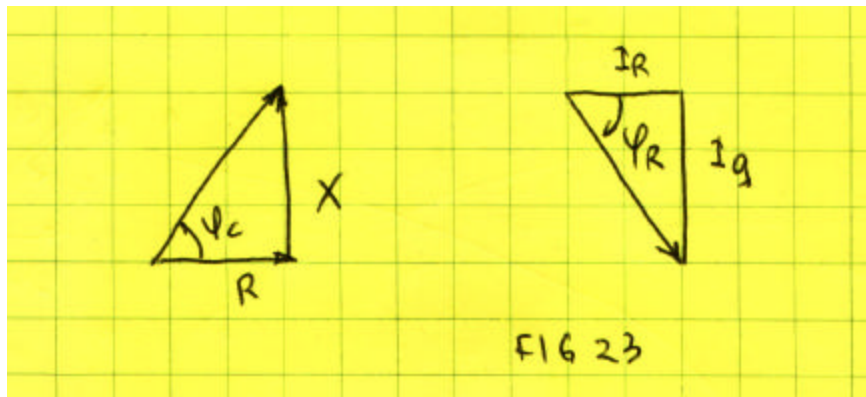
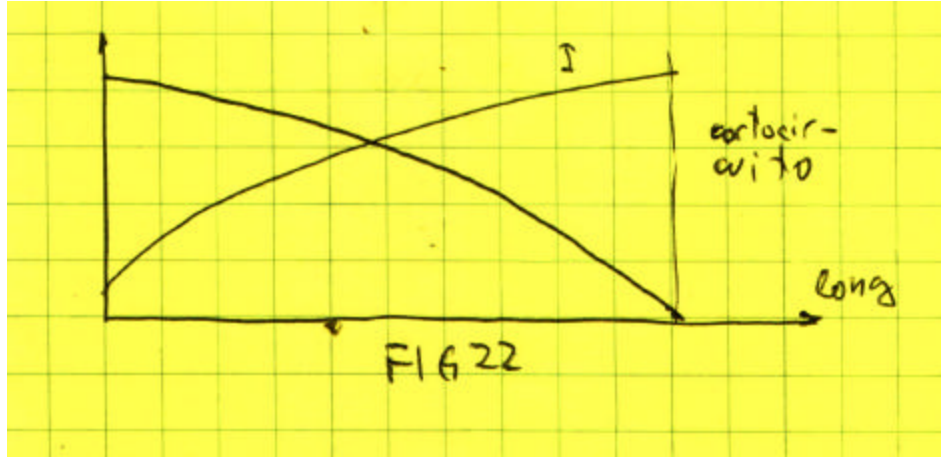
$$L \cdot C = m_0 \cdot \epsilon_0 = 11,12 \cdot 10^{12} \frac{\text{seg}^2}{\text{km}^2}$$

La potencia natural

La \bar{I}_R se puede escribir como $\bar{U}_R / \bar{Z}_{carga}$

$$\bar{I}_R = I_R \in^{jR} = \frac{\bar{U}_R}{\bar{Z}_C} = \frac{U_R \cdot \in^{j\theta}}{Z_C \cdot \in^{j\psi}} = \frac{U_R}{Z_C} \in^{-j\psi}$$

$$\therefore \bar{J}_R = -\bar{J}_C$$



Reemplazando en las ecuaciones [24] y [25] para $\bar{U} = \bar{U}_s$ ($\bar{\theta} \ell = \bar{\Theta}$)

$$\begin{aligned}\bar{U}_s &= \frac{1}{2} \left(\bar{U}_R + \bar{U}_R \cdot \frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} \right) e^{(\theta'+j\theta'')} + \frac{1}{2} \left(\bar{U}_R - \bar{U}_R \frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} \right) e^{-(\theta'+j\theta'')} \\ &= \frac{1}{2} \bar{U}_R \left(1 + \frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} \right) e^{(\theta'+j\theta'')} + \frac{1}{2} \bar{U}_R \left(1 - \frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} \right) e^{-(\theta'+j\theta'')} \\ \bar{I}_s &= \frac{1}{2} \left(\bar{I}_R + \bar{I}_R \cdot \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_o} \right) e^{(\theta'+j\theta'')} - \frac{1}{2} \left(\bar{I}_R \cdot \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_o} - \bar{I}_R \right) e^{-(\theta'+j\theta'')} \\ \bar{I}_s &= \frac{1}{2} \bar{I}_R \left(1 + \frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_o} \right) e^{(\theta'+j\theta'')} - \frac{1}{2} \bar{I}_R \left(\frac{\bar{Z}_c}{\bar{Z}_o} - 1 \right) e^{-(\theta'+j\theta'')}\end{aligned}$$

De estas expresiones vemos que el comportamiento de la línea es función de $\left(\frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} \right)$, relación que puede tomar infinitud de valores, pues \bar{Z}_c depende de la carga. Es muy especial el comportamiento de la línea larga si $\bar{Z}_o = \bar{Z}_c$, o sea si $\frac{\bar{Z}_o}{\bar{Z}_c} = 1$

$$\text{En ese caso: } \bar{U}_s = \bar{U}_R e^{(\theta'+j\theta'')} \quad [26]$$

$$\bar{I}_s = \bar{I}_R e^{(\theta'+j\theta'')} \quad [27]$$

Para simplificar el razonamiento, consideremos en primer término la línea ideal ($r = g = 0 \therefore \Theta' = 0$). Además, siempre respecto a $U_R, \vec{U}_S = U_S \cdot \epsilon^{jd}$

$$U_S \cdot \epsilon^{jd} = U_R \cdot \epsilon^{j\Theta} \Rightarrow \frac{U_S}{U_R} \epsilon^{jd} = 1 \cdot \epsilon^{j\Theta}$$

como tanto en la salida como en el recibo, I_S e I_R están en fase con U_S y U_R

$$\text{respectivamente } I_S \cdot \epsilon^{jd} = I_R \cdot \epsilon^{j\Theta} \Rightarrow \frac{I_S}{I_R} \epsilon^{jd} = 1 \cdot \epsilon^{j\Theta}$$

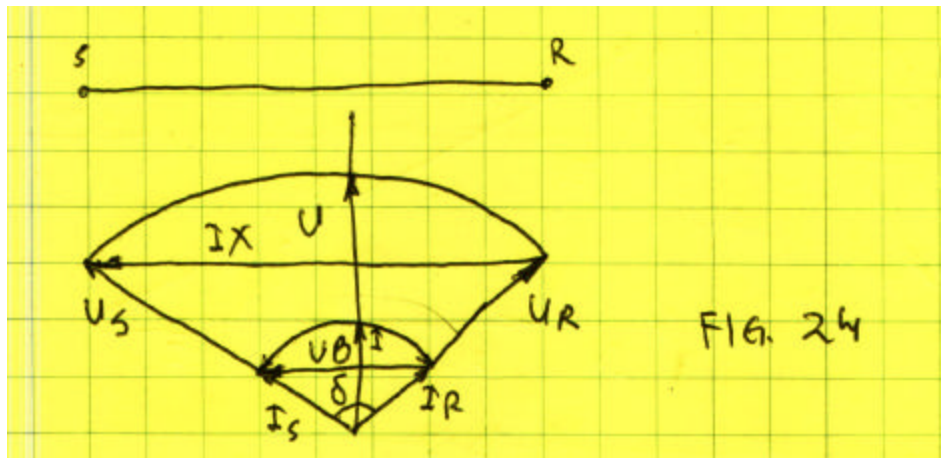
De la que surge una importantísima relación:

$$|U_S| = |U_R| = U ; |I_S| = |I_R| = I$$

$$d = \Theta'' id = \Theta'' id \cdot \ell$$

Desde el punto de vista de los volímetros no existe caída de tensión.

Es decir que las U y las I en los dos extremos de la línea son iguales en módulo y están desfasadas desde el extremo de salida al de recibo el ángulo d , y U_R e I_R están en fase lo mismo que U_S e I_S . En este caso se visualiza la relación de d con Θ . El diagrama fasorial de la línea ideal en ese caso es el de la figura [24]:



$$\text{sen } \frac{d}{2} = \frac{I \cdot X}{2U} = \frac{U \cdot B}{2I}$$

$$\text{o sea } \frac{I^2 X}{2} = \frac{U^2 B}{2}$$

Siendo $X = \omega L \cdot \ell$
 $B = \omega C \cdot \ell$

$$\frac{I^2 \cdot \omega L \ell}{2} = \frac{U^2 \cdot \omega C \cdot \ell}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2}L \cdot I^2 = \frac{1}{2}CU^2$$

En el caso del transporte de energía, cuando $\bar{Z}_c = \bar{Z}_o$ aparece una igualdad entre las energías del campo eléctrico y magnético de la línea. La línea funciona sin absorber ni ceder potencia reactiva a la fuente.

Se dice que transmite la potencia natural.

La compensación de las potencias reactiva inductiva y reactiva capacitiva se produce también en las líneas reales, pero en estas se manifiesta una caída de tensión a causa de la r y una derivación de I a causa de la g

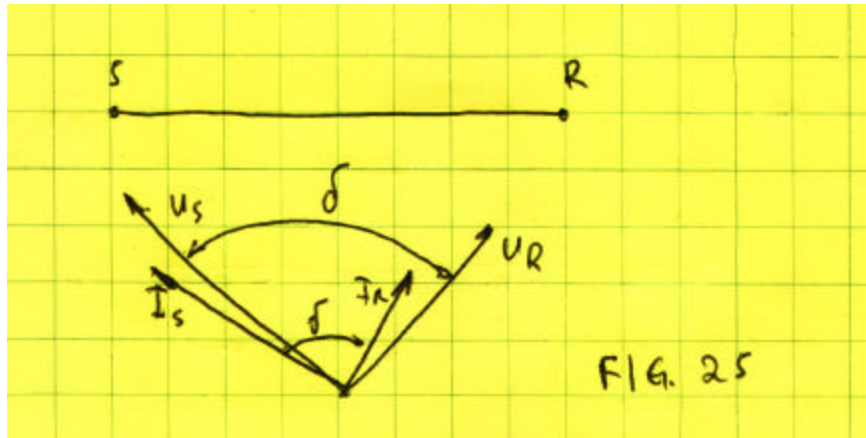
En efecto, de las ecuaciones [26] y [27]

$$\frac{|U_S|}{|U_R|} = \epsilon^{\theta'} > 1 \qquad \frac{|I_S|}{|I_R|} = \epsilon^{\theta'} > 1$$

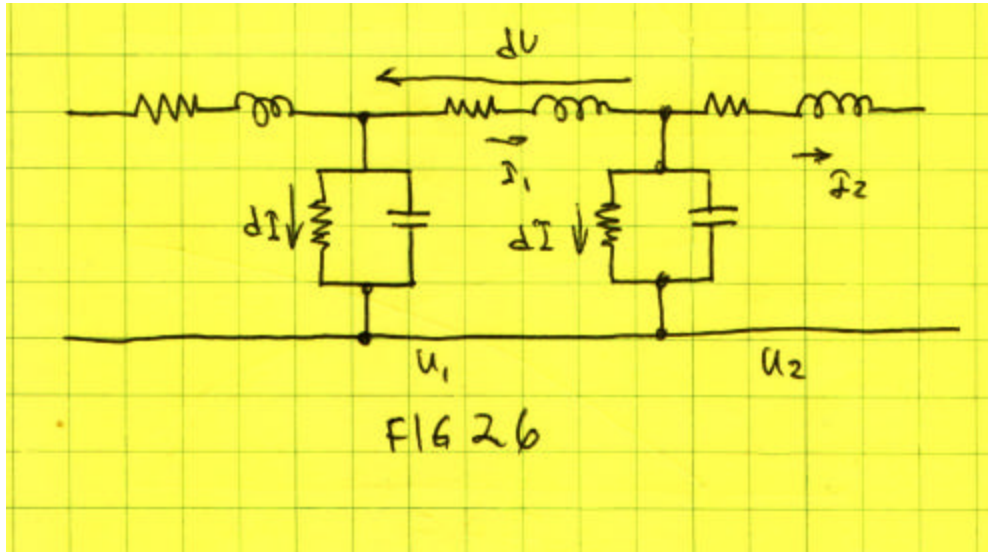
como $\bar{I}_R = \frac{\bar{U}_R}{\bar{Z}_o}$, tomando como referencia U_R

tenemos $\bar{I}_R = \frac{U_R}{Z_o \cdot \epsilon^{-j\psi_o}} = I_R \epsilon^{j\psi_o}$

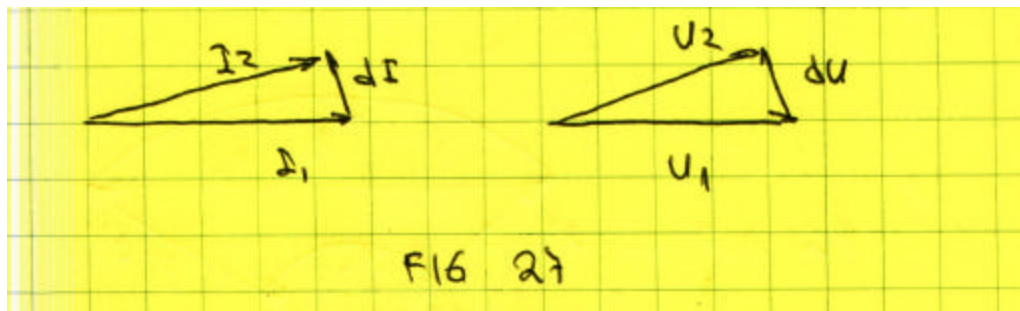
\therefore las U y las I no están en fase, como se observa en la figura [25]



Solo en el caso de transmitirse la potencia natural, los desfases arriba indicados aparecen en cualquier elemento de la línea.



Para que los desfases sean iguales, los triángulos de la figura [27] deben ser semejantes.



$$\therefore \frac{dI}{I} = \frac{dU}{U}$$

Como $dU = I \cdot z \cdot dl$; $dI = U \cdot y \cdot dl$

$$\therefore \frac{dI}{I} = \frac{U}{I} y dl ; \frac{dU}{U} = \frac{I \cdot z \cdot dl}{U}$$

$$\therefore \frac{U^2}{I^2} = \frac{z}{y} ; \text{ó } \frac{\bar{U}}{\bar{I}} = \sqrt{\frac{z}{y}} = \bar{Z}_o$$

vemos que la relación \bar{U}/\bar{I} es la Z_o , o sea la impedancia característica.

Por otra parte para que esto ocurra, debe ser

$$\bar{Z}_c = \bar{Z}_o$$

pero dijimos que L y C son valores fijos, que varían muy poco. Así entonces \bar{Z}_o varía muy poco en las diferentes líneas. Como:

$$\bar{Z}_o = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{z \cdot \ell}{y \cdot \ell}} = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$$

La impedancia característica es independiente de la longitud de las líneas.
Para líneas aéreas con un solo conductor / fase,

$$\bar{Z}_o = 400 \Omega \text{ y su ángulo está entre } -4^\circ = -10^\circ \quad (\Psi_o = 4^\circ, -10^\circ)$$

Para cables subterráneos

$$\bar{Z}_o = 50 \Omega \text{ con un ángulo de } -45^\circ$$

Siendo Z_o independiente de la longitud, también lo será la potencia natural. La potencia natural es solo función de la U nominal. Como U_R y I_R están en fase.

$$P_{nat} = 3U_{R>} \cdot I_R = 3U_{R>} \cdot \frac{U_{R>}}{Z_o} = \frac{U_R^2}{Z_o}$$

$$P_{nat} = \frac{U^2}{Z_o} = \frac{U^2(V)}{400 \Omega} \cong 2,5 \cdot U^2(kV) \text{ si } [U] = kV \text{ para líneas de un solo cable por fase a } 50 \text{ Hz.}$$

En algunos países la potencia demandada se duplica cada 10 años. Eso significa una tasa anual acumulativa del 7%.

Como $P = \frac{U^2}{Z_o}$, la potencia se cuadruplica al duplicar la tensión.

Eso justifica porque cada 20 años se superponen redes con duplicación de tensión.

Para líneas con conductores múltiples por fase, Z_o es menor y resulta que

$$P_{nat} \sim 3 - 4 U^2$$

Para líneas de mas de 500 km siempre se elige la tensión de operación en función de la potencia natural. Para líneas mas cortas, la carga óptima es mayor. Líneas de 300 km operan con $1,5 P_{nat}$, líneas de 150 km pueden operar con $3 P_{nat}$.

En líneas largas se puede aumentar la potencia económica con el empleo de capacitores serie y se puede transmitir en vacío con inductores derivación.

Potencia natural (MW)

Un (kV)	Conductores simples	Conductores múltiples	c.a.s.
13,2	0,436	----	3,8
33	2,72	----	22
66	10,86	----	87
132	43,56	80	345
220	120	175	970
300	225	320	----
400	625	750	----
500	----	900	----
750	----	200	----

Hasta aquí llegó en U_n la normalización internacional. Probablemente el próximo escalón esté en los 1000 kV, ya hay estudios, y en el futuro 1200 kV y aún de 2000 kV. No es el equipamiento lo que frena el desarrollo, sino los problemas de la líneas misma.

También se está estudiando el problema del uso del c.a.s. en el campo de la M.A.T. en el campo de la superconductividad, estado criogénico y de tramos blindados en gas SF_6 .

Vemos que el comportamiento de las líneas difiere. Con el concepto de la potencia natural pueden diferenciarse en dos estados bastante distintos.

- a) Transmitiendo potencias menores que la natural, donde la línea se acerca mas al estado de vacío, es decir que la línea absorbe > potencia reactiva capacitiva que la inductiva; la tensión en el receptor es > que la de salida y se efectúa para compensar este efecto, la conexión de inductores en // con la línea.
- b) Durante la operación con potencias mayores que la natural, se absorbe > energía inductiva que la reactiva capacitiva producida por la línea.

En este caso las líneas se acercan a la operación como líneas cortas. Para compensar esto se ponen capacitores en serie con la línea.

Las líneas de MAT tienen 2 ó 3 "estaciones compensadores" ubicadas en su trayecto, donde existen inductores shunt y capacitores serie.

