

Ejercicios resueltos 3:

Estabilidad

Cátedra de Control y Servomecanismos

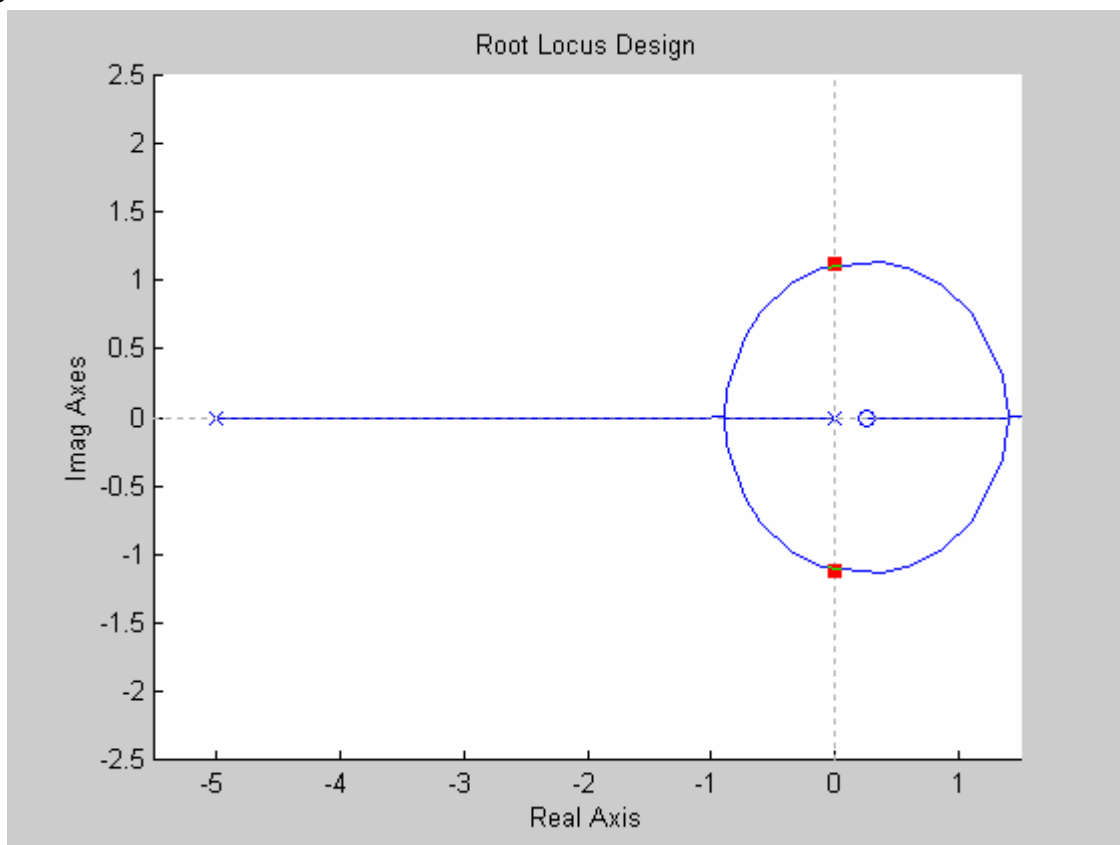
Ing. Cristian Zujew

Objetivos: en esta guía práctica resuelta se busca simplemente analizar la estabilidad por Lugar de Raíces (LR), Bode y Nyquist.

Caso de estudio: Vamos a trabajar sobre la siguiente transferencia

$$GH = \frac{-0,4 \cdot (s - 0,25)}{s \cdot (s + 5)}$$

Lugar de Raíces:



Para resolver el rango de estabilidad por Routh estudiamos: $GH = \frac{-K \cdot (s - 0,25)}{s \cdot (s + 5)}$

Cuya ecuación característica es: $s^2 + s \cdot (5 - K) + 0,25 \cdot K = 0$

Con lo cual la tabla de Routh queda:

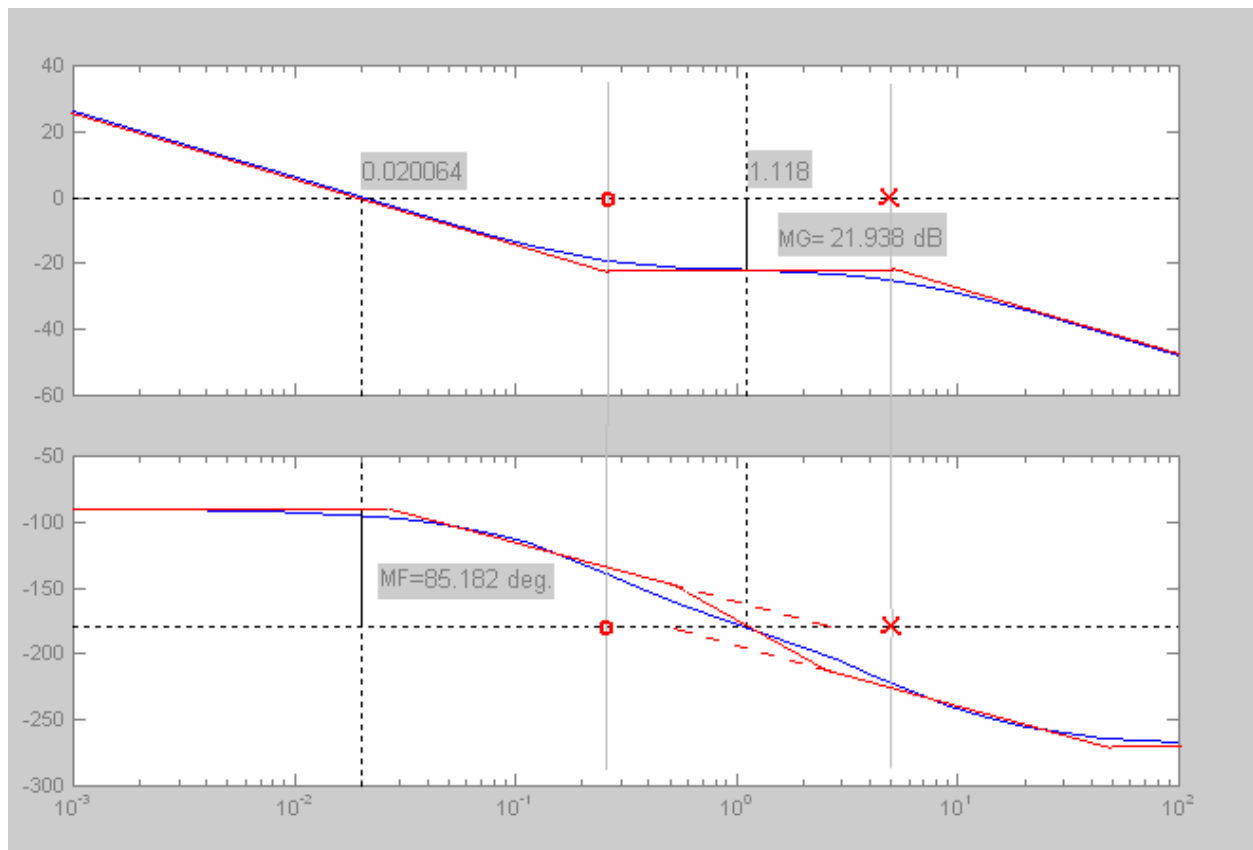
$$\begin{array}{l|ll} S^2 & 1 & 0,25K \\ S^1 & 5-K & 0 \\ S^0 & 0,25K & 0 \end{array}$$

a) $K \geq 0$ por la última línea

b) $K \leq 5$ por la segunda línea

En $K=0,4$, que es el valor de ganancia que trae la transferencia estamos dentro de la región estable.

Bode:



Vemos en rojo las asíntotas y están marcados los márgenes de fase y ganancia.

Observemos que el cero, en la fase, se comporta como un polo más. De esta manera junto con el polo en el origen y el polo en -5 terminan conformando una fase total de -270° en frecuencias altas.

Márgenes de fase y ganancia son positivos y coincide con lo que sabíamos del LR (que para $K=0,4$ estamos dentro de la zona estable).

Por lo tanto la información que ofrece el Bode es consistente a pesar de la singularidad de mínima fase y podemos utilizar los resultados de margen de ganancia y fase que se observan, esto es:

$$MF = 85,182^\circ$$

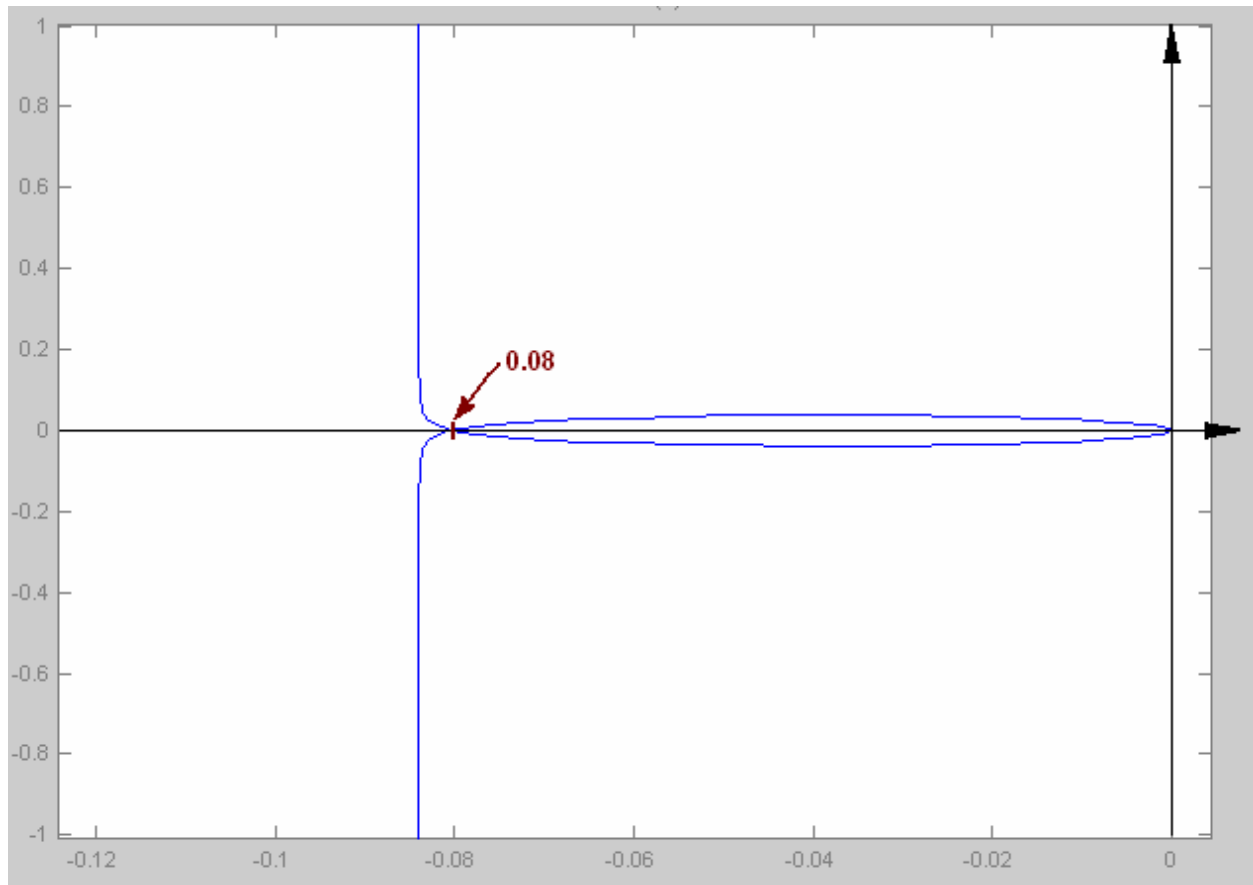
$$MG = 21,938\text{dB}$$

Si aumentamos la ganancia $21,938\text{dB}$ llegamos al punto crítico en donde tanto el margen de ganancia como el de fase son nulos. Esta ganancia es en módulo

$$K = \text{antilog}(21,398/20) = 12,499$$

Que multiplicado por $0,4$ da el valor 5 que obtuvimos por Routh.

Nyquist:



El diagrama se cierra en el infinito abarcando el semiplano derecho en sentido horario.

El punto donde el diagrama corta el eje real negativo se puede calcular, entre otras formas, mirando en el Bode el módulo de la transferencia para -180° de fase.

Esto es: $\text{antilog}(-21,938/20)=0,08$

[También se puede buscar donde se anule la parte imaginaria de $GH(j\omega)$

Estamos lejos del -1 y el número de vueltas en esta situación es cero.

$$Z = N + P = 0 + 0 = 0$$

Aumentando la ganancia por encima del total de 5 el -1 queda encerrado en la trayectoria con dos vueltas

$$Z = N + P = 2 + 0 = 2$$

Hay dos singularidades en el semiplano derecho para $K > 5$