Ejercicios resueltos 2:

Horno de Carbón

Cátedra de Control y Servomecanismos

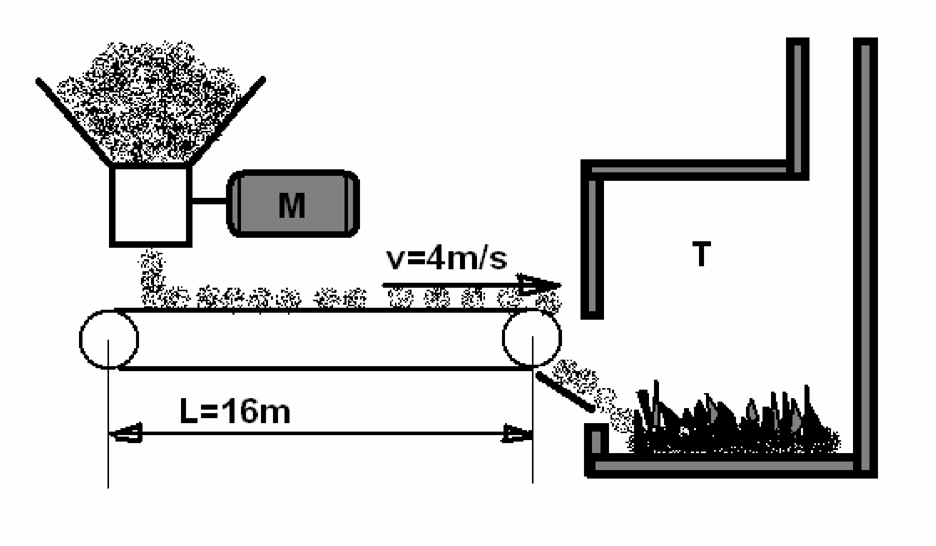
Idea y desarrollo: Ing. Cristian Zujew

Corregido por el Dr. Ing. Cristian Kunusch

Objetivo: en esta guía práctica se presenta y resuelve un problema real en el cual confluyen diversos factores bajo estudio, los cuales al vincularse, producen un sistema con interesantes características de estabilidad. Por lo tanto, a continuación se analizará dicha estabilidad y se propondrá una solución por compensación.

Asimismo se trabaja con aproximaciones y simplificaciones de interés, como son los casos de retardos puros en términos de serie y los polos de alta frecuencia a los que se quieren desestimar su dinámica.

Caso de estudio: Se presenta un horno al que se le quiere mantener la temperatura constante a fuerza de variar la alimentación de carbón.



Detalles:

- La temperatura máxima alcanzada por el horno es de 1000°C.
- Dicha temperatura se mide mediante una termocupla (simplificada de forma que la tensión de salida sea lineal con la temperatura) y que luego requerirá amplificación.
- El carbón se lleva desde el depósito / tolva / trituradora hasta el horno mediante una cinta transportadora de 16 metros que traslada a velocidad constante de 4m/s.
- La cantidad de carbón que se vuelca en la cinta se controla mediante un motor de corriente continua a campo constante. Dicha cantidad es proporcional al ángulo de rotación del motor.

- El control es una tensión de referencia –que será llamada "V"– proporcional a la temperatura requerida para el horno (50°C por cada volt de referencia).
- Sabemos que la temperatura del horno en función de la masa de carbón consumido por segundo es una ecuación de primer orden, y se puede resumir de la siguiente forma: $G = \frac{T}{C} = \frac{10}{1 + 200s} = \frac{0{,}05}{s + 0{,}005}$

Se pide:

a) Hacer el diagrama en bloques del sistema.
b) Hallar la transferencia de lazo GH.
c) Realizar el lugar de raíces y analizar la estabilidad.
d) Mejorar el rango de estabilidad.

Datos adicionales:

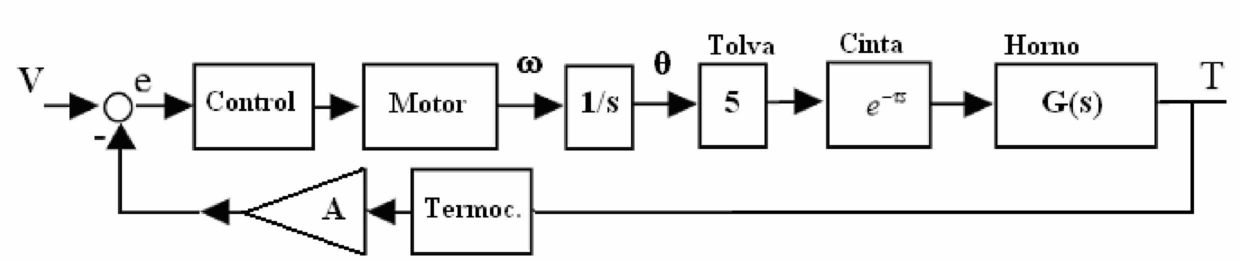
Datos del motor:

K= 20 [rad/V.s]	Constante del motor
L= 100 [mHy]	Inductancia de armadura
R= 20 [Ω]	Resistencia de armadura
J= 10 Kg.m^2	Momento de inercia
B= 10 Nm.s/rad	Fricción en el eje

Relación Cantidad de Carbón / ángulo = C / Ω= 5 [Kg/rad]
Coeficiente de la termocupla = 5mV / °C

Solución:

a) Diagrama en Bloques:



b) El motor de continua tiene, a flujo de campo constante, la transferencia ya conocida, que relaciona su velocidad en el eje en función de la tensión de armadura U:

$$\frac{\omega}{U} = \frac{K}{K^2 + (R + sL)(B + sJ)} = \frac{20}{400 + (20 + 0{,}1.s)(10 + 10.s)} = \frac{20}{(s + 3{,}03)(s + 197{,}97)}$$

La cinta tarda cuatro segundos en llevar el carbón desde la tolva hasta el horno. Ese retardo se reduce a los dos primeros términos de la serie de Taylor con lo cual queda igual a (1-sτ)= (1-4s)= -4(s-0,25).

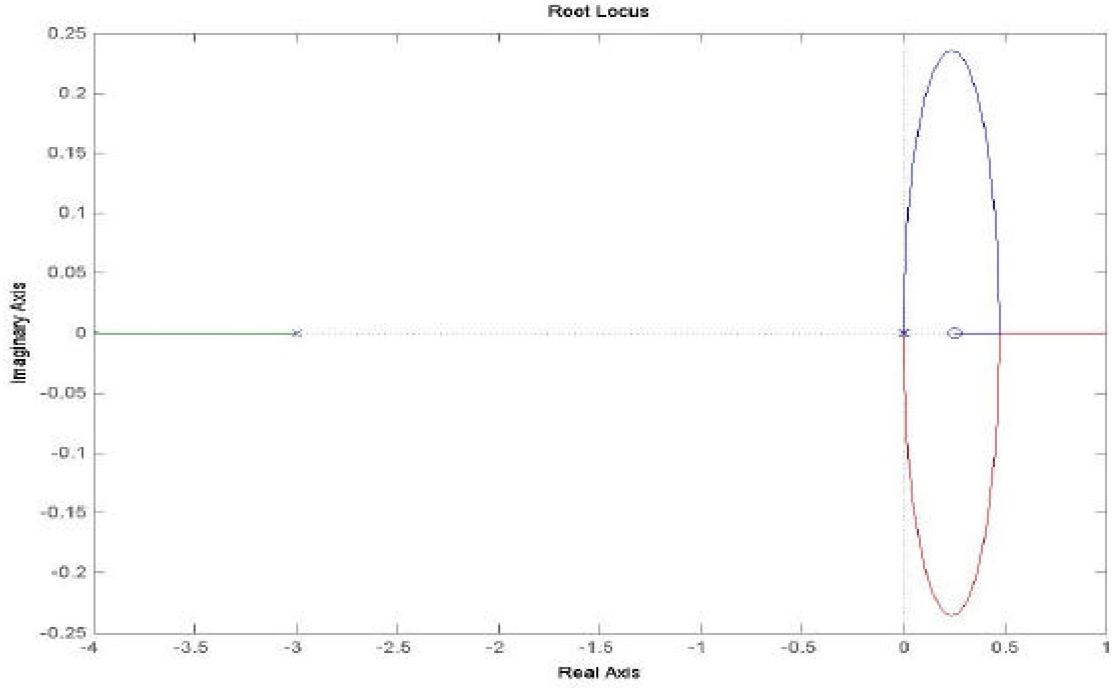
La tensión V de ajuste o referencia es de 1 Volt por cada 50°C con lo cual llegará hasta 20V para los 1000°C máximos del horno. Justo en ese nivel de ajuste, y cuando el horno realmente esté en 1000°C, la termocupla debería realimentar con 20V. Para ello habrá que multiplicar por cuatro los 5m V/°C que esta provee (4x0,005x1000=20) y esta es la amplificación requerida que se ha mencionado al principio. En el lazo de realimentación queda por lo tanto la constante H= 0,02 V / °C

Utilizando estos datos y haciendo un agrupamiento de los diferentes modelos, la transferencia de lazo queda:

$$GH = \frac{-0{,}4.(s-0{,}25)}{s.(s+198)(s+3)(s+0{,}005)} \cong \frac{-2{,}02\times 10^{-3}.(s-0{,}25)}{s.(s+3)(s+0{,}005)}$$

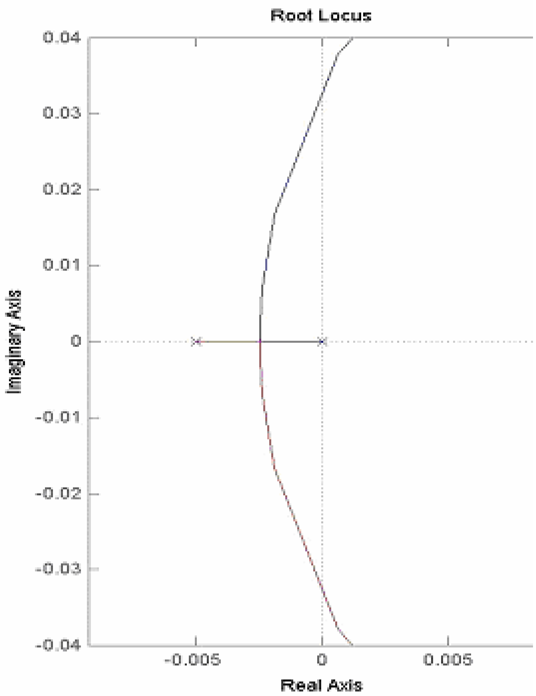
En esta transferencia se observa que uno de los polos se aleja mucho del resto y por ello podemos suponerlo fuera de la zona de trabajo. Esto significa hacer la siguiente simplificación s+198 ≈ 198 (para frecuencias bajas).

c) El lugar de raíces se resuelve en forma sencilla y queda



Se destaca que estamos ante un lugar de raíces complementario debido a la realimentación positiva.

Aumentando la zona cercana al origen se destaca una región –muy reducida por cierto- en donde el sistema es estable:



Realizando un Routh se puede verificar si los polos de lazo cerrado han cruzado el eje hacia el semiplano derecho o no.

La ecuación característica es: $s^3 + 3{,}005.s^2 + 0{,}013.s + 0{,}0005 = 0$

Con lo cual la tabla de Routh queda:

S^3	1	0,013
S^2	3,005	0,0005
S^1	0,0128	0
S^0	0,025	0

Que, al no tener coeficientes negativos en la primera columna podemos que decir que el sistema es estable con una ganancia unitaria en cascada.

Rango de estabilidad

Ahora se incorpora una variable K como ganancia para encontrar los límites de variación de esta para asegurar la estabilidad. Entonces:

$$s^3 + 3{,}005.s^2 + (0{,}015 - 0{,}002.K).s + 0{,}0005.K = 0$$

S^3	1	0,015-0,002K
S^2	3,005	0,0005K
S^1	(0,045-0,0061K)/3,005	0
S^0	0,025K	0

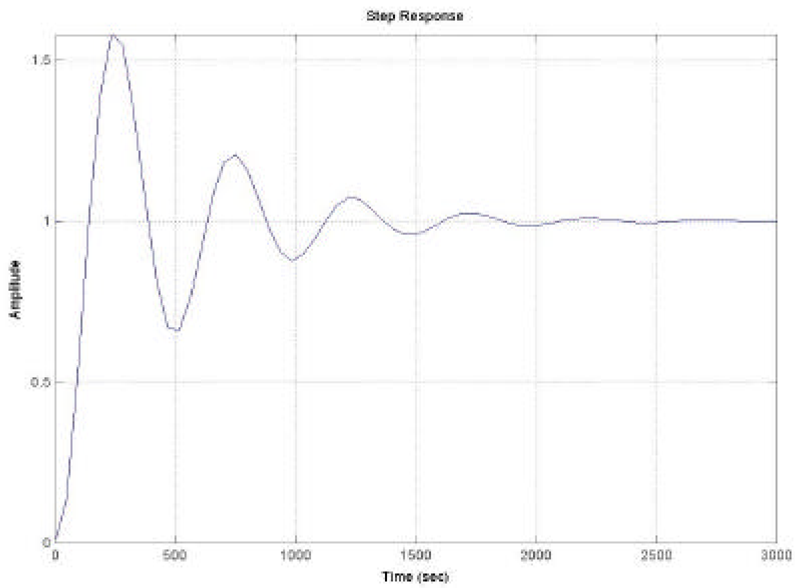
De donde se concluye que K es mayor o igual a cero por la última línea.

Y también $K \leq 6{,}86$ por la línea anterior.

Conclusión sobre la planta

Se observa que la planta tiene un rango de estabilidad en función de la ganancia muy acotado.

Por otra parte los polos complejos conjugados dominantes están muy cerca del eje imaginario con lo cual se puede inferir que el sistema será bastante oscilatorio cosa que se comprueba, por ejemplo, observando la respuesta a un escalón en la entrada como se muestra en la figura.



d) Solución al problema

Para mejorar el comportamiento de este sistema se debe aumentar la fase, ampliar el rango de variación de ganancia y alejar los polos conjugados de lazo cerrado del eje imaginario en dirección del eje real negativo.

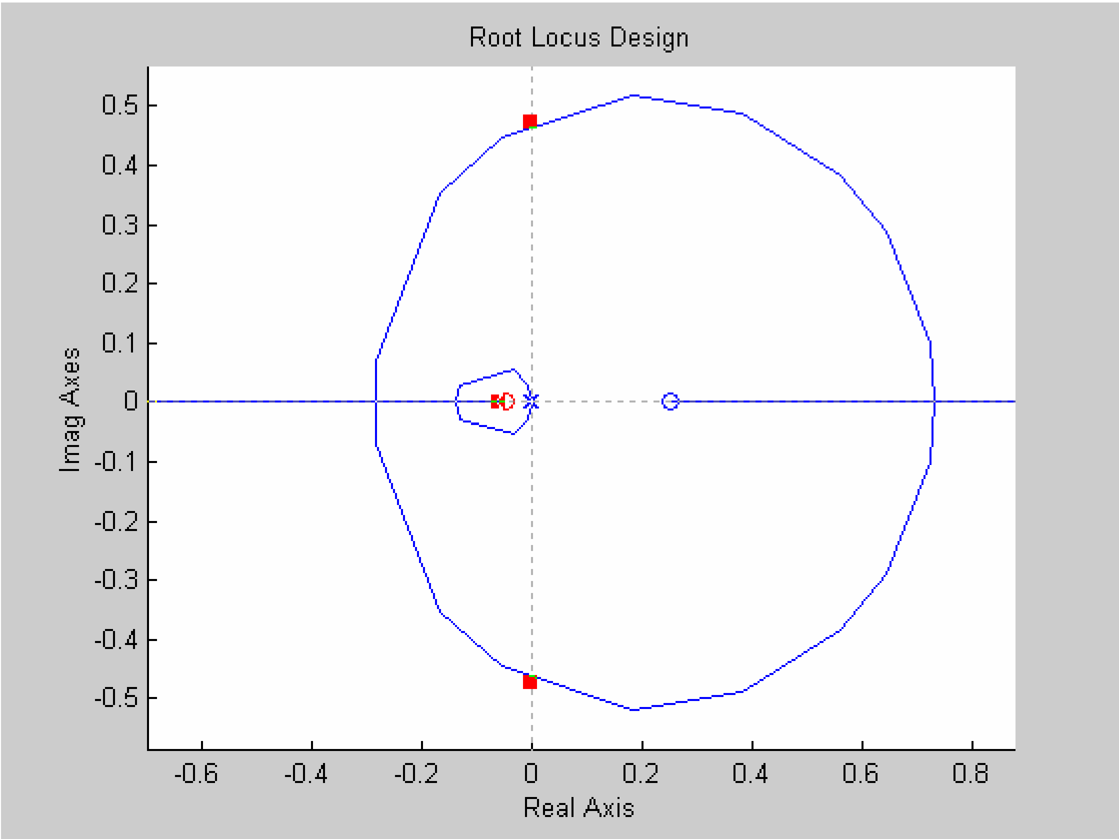
Todos estos puntos se solucionan con compensadores del tipo de adelanto.

Al no haber definido los parámetros deseados para el sistema compensado se tiene la libertad de plantear soluciones genéricas.

Una de ellas, por ejemplo, sería alejar del eje imaginario al polo en -0,05 mediante cancelación con un cero mediante una red del tipo

$$G_{c1}(s) = k\frac{(s+0{,}05)}{(s+p)}$$

Se puede hacer un intento con p=2 sólo para observar como se establece la nueva configuración de singularidades en el lugar de raíces:



En forma preeliminar se observa que es una buena solución al problema. En realidad cualquier planta que aporte fase positiva contribuye adecuadamente a este tipo de situación.

El alumno puede verificar que el rango de ganancia se ha extendido hasta un valor crítico cercano a los 2700.