Física – Diseño Industrial

Impedancias, corrientes y fasoriales

Ing. Cristian Zujew, JTP

Introducción

En este pequeño apunte tratamos de resolver por métodos gráficos y analíticos impedancias y corrientes en circuitos de alterna, llegando hasta el fasorial.

Notación utilizada en los cálculos

Primero vamos a mostrar la notación que utilizaremos.
Necesitamos una forma especial de escribir impedancias, corrientes y tensiones por que estas además de tener un módulo tienen una fase, o sea un ángulo que mediremos siguiendo alguna ***referencia***.

Las tensiones y corrientes las escribimos agrupamos módulo y ángulo de la siguiente manera

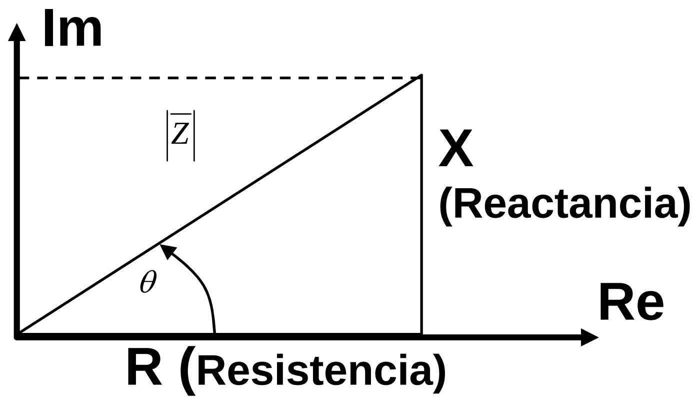
Para la tensión: $\overline{V} = V_m \angle \phi$ dónde V_m es el módulo y Φ es la fase

Y la corriente: $\overline{I} = I_m \angle \beta$ dónde I_m es el módulo y β es la fase

Entonces:

$$\overline{Z} = \frac{\overline{V}}{\overline{I}} = \frac{V_m \angle \phi}{I_m \angle \beta} = \frac{V_m}{I_m} \angle \phi - \beta \quad \Rightarrow \begin{cases} \left|\overline{Z}\right| = {V_m}/{I_m} \\ \theta = \phi - \beta \end{cases}$$

Obtuvimos módulo y fase de Z que también se puede representar gráficamente:



Con respecto a la impedancia hay que destacar que en otras oportunidades tenemos como datos la tensión eficaz de fuente de alterna junto con R y X de la carga. En esos casos suele requerirse el cálculo de la corriente.
Antes que nada con los valores R y X calculamos módulo y fase de la impedancia.

$$X = X_L - X_C$$

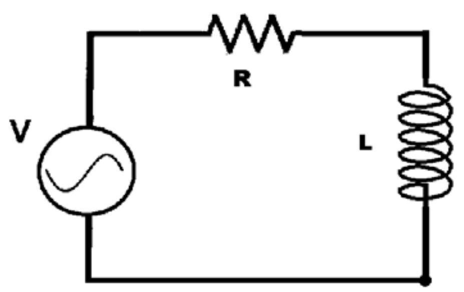
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X}{R}$$

La tensión que nos da el ejercicio es el módulo de esta en la fuente, lo usual es asignarle cero grados a la tensión convirtiéndose así en la ***referencia*** que citábamos al principio.
Entonces calculamos la corriente:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V_m\angle 0°}{Z\angle\theta} = \frac{V_m}{Z}\angle 0-\theta \quad \Rightarrow \begin{cases} \left|\bar{I}\right| = V_m/Z \\ \beta = -\theta \end{cases}$$

Ejemplo 1: RL



Hagamos un ejemplo para entender esto último:
Supongamos una tensión de alimentación de 20V (50Hz) y una impedancia con R=1Ω y X_L= 5Ω.
La reactancia total es X_L-X_C= 5Ω
Entonces:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 5{,}10\Omega$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X}{R} = 87{,}4^0$$

Y la corriente es:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V_m\angle 0°}{Z\angle 87{,}4} = \frac{V_m}{Z}\angle(0-\theta) = \frac{20}{5{,}1}\angle(0-87{,}4) = 3{,}9A\angle -87{,}4^0$$

Esto es: 3,9 amperes con 87,4° negativos, entonces la corriente atrasa a la tensión (lo cual era de esperarse ya que se trata de una carga inductiva).

El fasorial queda:

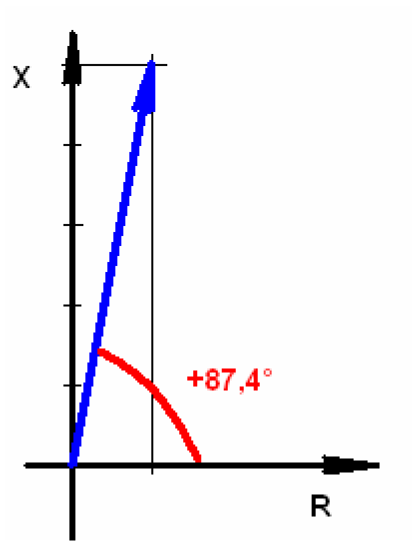
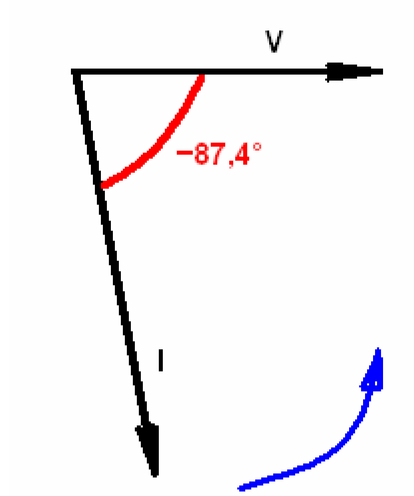


Gráfico de la Impedancia

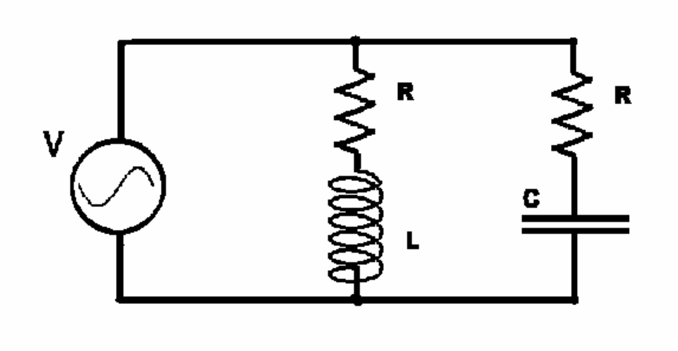


(la flecha azul muestra el sentido de giro)

Se observa claramente en el fasorial que la corriente atrasa justamente la cantidad de grados que marca la impedancia… lo cual es obvio ya que son las características de la carga (léase impedancia) las que determinan los detalles resultantes en la corriente.

Ejemplo 2: Caso de Impedancias en paralelo

Supongamos que la impedancia del ejercicio anterior la ponemos en paralelo con otra impedancia que tiene R=2Ω y X_C= 2Ω. Ambas conectadas a la misma fuente de 20V.



Esta es sólo capacitiva
$X=X_L-X_C= -2\Omega$ (nótese que queda con signo negativo)

Con lo cual:

$$\bar{Z} = Z\angle\theta = 2{,}8\angle -45^0$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V_m\angle 0^\circ}{Z\angle -45} = \frac{V_m}{Z}\angle(0-\theta) = \frac{20}{2{,}8}\angle(0-(-45)) = 7{,}07A\angle +45^0$$

Y la corriente ahora adelanta a la tensión:

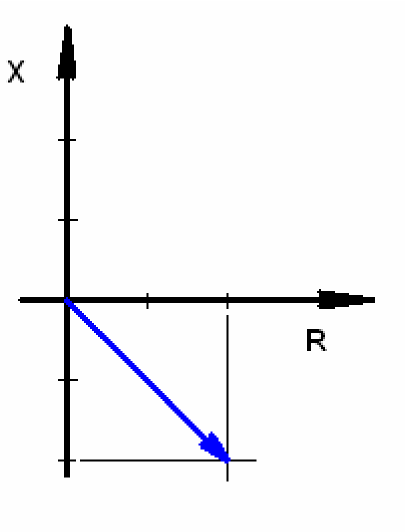
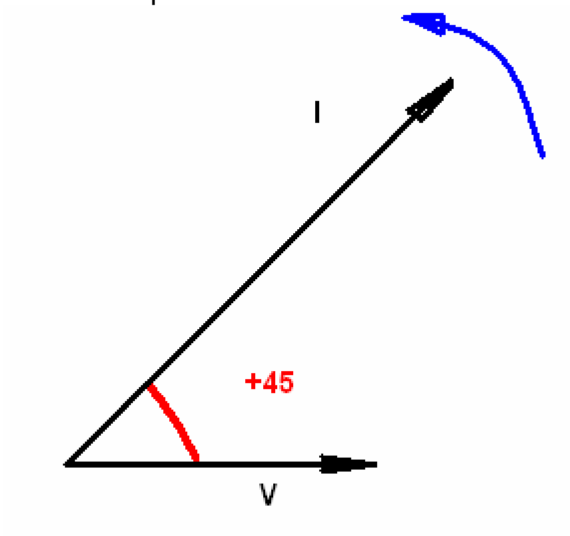


Gráfico de la Impedancia

El fasorial queda:



Formas de calcular la corriente:

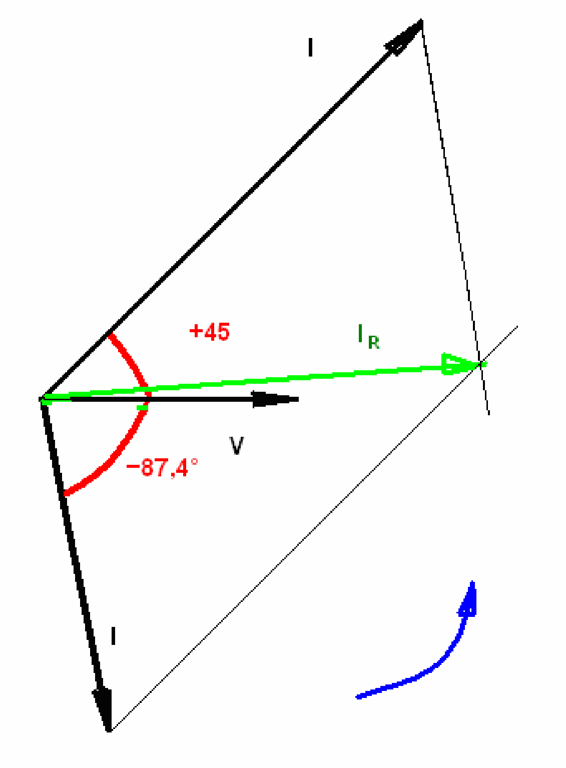
Dijimos que esta última impedancia está en paralelo con la anterior.

Entonces hay dos formas de obtener la corriente resultante: Sumando vectores o haciendo la impedancia equivalente.

Vamos a hacer ambos.

1) Corriente total sumando vectores

Gráficamente es:



Analíticamente:

La proyección horizontal:
Ix= 3,9. cos (-87.4) + 7,07 cos (45)= 6,14

La proyección vertical:
Iy= 3,9. sen (-87.4) + 7,07 sen (45)= 0,77

$$I_R = \sqrt{I_X^{\ 2} + I_Y^{\ 2}} = 6{,}19A$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{I_Y}{I_X} = 7{,}9^0$$

2) Corriente total con la impedancia equivalente

Tenemos

$$\overline{Z}_1 = Z\angle\theta = 5{,}1\angle 87{,}4^0$$

$$\overline{Z}_2 = Z\angle\theta = 2{,}8\angle -45^0$$

$$\frac{1}{Z_E} = \frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} = \frac{1}{5{,}1\angle 87{,}4^0} + \frac{1}{2{,}8\angle -45^0} = 0{,}196\angle -87{,}4^0 + 0{,}357\angle -45^0$$

$$\frac{1}{Z_E} = 0{,}31\angle 8{,}1^0 \Rightarrow Z_E = \frac{1}{0{,}31\angle 8{,}1^0} = 3{,}22\Omega\angle -8{,}1^0$$

Y la corriente:

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{20\angle 0°}{3{,}22\angle -8{,}1} = 6{,}2A\angle 8{,}1^0$$

Hay que recordar que con los redondeos las cuentas siempre dan alguna diferencia pero en este caso los valores son muy cercanos.